

NALOGE ZA SEDMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. S katerim od naštetih števil ni deljiva razlika $(200013 - 2013)$?

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

A2. Na štirih lističih so zapisana števila 2, 4, 13 in 19. Na hrbtnih straneh lističev pa različne trditve: »večje od 15«, »praštevilo«, »večkratnik števila 5«, »liho število«. Noben zapis ne ustreza številu, ki je zapisano na drugi strani lističa. Katero število je napisano na lističu z napisom »večkratnik števila 5«?

- (A) 2 (B) 4 (C) 13
(D) 19 (E) nemogoče je določiti

A3. Predviden čas pohoda je 4 h 20 minut v enakomernem tempu. Pohodniki so na poti že $\frac{3}{5}$ časa. Koliko časa jim še ostane do $\frac{3}{4}$ predvidenega časa?

- (A) 39 minut (B) 40 minut (C) 35 minut (D) 41 minut (E) pol ure

A4. V škatli so čokoladni, vanilijevi in orehovi piškoti. Četrtnina piškotov je čokoladnih, $\frac{1}{3}$ vanilijevih, preostalih 15 piškotov pa je orehovitih. Koliko piškotov je v škatli?

- (A) 20 (B) 24 (C) 36 (D) 48 (E) 60

A5. Med katerima ulomkoma je po velikosti število 0.2013?

- (A) med 0 in $\frac{1}{10}$ (B) med $\frac{1}{10}$ in $\frac{1}{5}$ (C) med $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}$ (D) med $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{3}$ (E) med $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{2}$

A6. V nizu ponavljajočih se znakov $6xyzt166xyzt166xyzt166xyz\dots$, kjer so x, y, z in t med seboj različne številke, na 2013. mestu stoji številka 5. Kateri znak je enak 5?

- (A) x (B) y (C) z
(D) t (E) nemogoče je določiti

A7. Velikost kota pri vrhu enakokrakega trikotnika je 70° . Koliko je velik kot med simetralo notranjega kota ob osnovnici in simetralo zunanjega kota ob vrhu trikotnika?

- (A) $27^\circ 30'$ (B) 55° (C) $62^\circ 30'$ (D) 90° (E) $117^\circ 30'$

A8. Neko število je zmnožek treh različnih praštevil. Koliko deliteljev tega števila je sestavljenih?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

B1. Izračunaj vrednost izraza:

$$\frac{2^{\frac{1}{5}}}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}}} + 4\frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{9} : 4 \right).$$

(6 točk)

B2. Točki D in E ležita na osnovnici AB enakokrakega trikotnika ABC . Točka D leži med točkama A in E . Trikotnik CDE je enakokrak z osnovnico DE . Kot $\sphericalangle ABC$ je velik 52° , kot $\sphericalangle ACE$ pa 58° . Izračunaj velikosti kotov trikotnika CDE .

(6 točk)

B3. Številu a prištejemo četrtno njegove vrednosti. K rezultatu prištejemo petino vrednosti rezultata. Če k novemu rezultatu prištejemo še šestino vrednosti novega rezultata, dobimo število, ki je za 111 večje od prvotnega števila a . Kolikšno je število a ?

(6 točk)

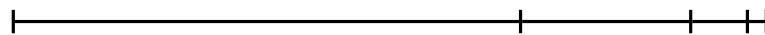
NALOGE ZA OSMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

- A1.** Za katero vrednost realnega števila x velja enakost $\sqrt{(2013 - \sqrt{2012})^2} - (x - \sqrt{2012}) = 1$?
- (A) $\sqrt{2012}$ (B) 2012 (C) $\sqrt{2013}$
(D) 2013 (E) nič od naštetega
- A2.** Razmerje med velikostma največjega in najmanjšega kota pravokotnega trikotnika je enako 6 : 1. Koliko je velik srednji kot po velikosti?
- (A) 15° (B) 30° (C) 60° (D) 75° (E) 90°
- A3.** Število $2^5 \cdot 8^3 \cdot 16^2$ zapišemo kot potenco z osnovo 4. Kolikšen je eksponent te potence?
- (A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 20 (E) 22
- A4.** Kolikšna je vrednost izraza $\left(\left(\left(\left(\left(-1\right)^{n+3}\right)^{2-n}\right)^n\right)^{n-1}\right)^2\right)^{2013}$ za poljubno naravno število n ?
- (A) -2013 (B) -1 (C) 1 (D) $2n + 2019$ (E) 2013
- A5.** V 420 g slane vode je 20 % soli. Čez čas izhlapi 120 g vode. Koliko odstotna je tedaj raztopina?
- (A) 24 % (B) 25 % (C) 28 % (D) 30 % (E) 32 %
- A6.** Vrvico smo razrezali na 4 različno dolge dele.



Dolžina posameznega dela je enaka trikratniku dolžine naslednjega. Kolikšen del celotne vrvice predstavlja najdaljši del?

- (A) $\frac{27}{40}$ (B) $\frac{9}{13}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{2}{5}$
- A7.** V ravno vrsto postavimo 39 figuric tako, da je natanko vsaka tretja figurica ženska. Natanko vsaka druga moška figurica nosi kapo. Natanko vsaka peta figurica v vrsti pa se smehlja. Koliko moških figuric ima kapo in se smehlja?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- A8.** Za naravni števili a in b velja $3^2 + 4^2 + 5^2 + 12^2 = a^2 + b^2$. Kolikšna je vrednost vsote $(a + b)$?
- (A) 9 (B) 15 (C) 17 (D) 18 (E) 24

B1. Izračunaj vrednost izraza:

$$\sqrt{1 + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{9} : 4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{6}}}$$

(6 točk)

B2. Dan je trikotnik ABC , katerega merska števila dolžin stranic so tri zaporedna naravna števila. Točka P je razpolovišče najdaljše stranice BC . Simetrala kota $\sphericalangle ACB$ je pravokotna na daljico AP . Izračunaj dolžine stranic trikotnika ABC .

(6 točk)

B3. Če se vsi učenci 8. razredov razdelijo v skupine po 4, ostaneta 2. Če pa se razdelijo v skupine po 5, ostanejo 3. V generaciji 8. razredov je 45 deklic in najmanj $\frac{1}{3}$ generacije so dečki. Koliko dečkov je v generaciji, če jih je manj kot deklic? Odgovor utemelji.

(6 točk)

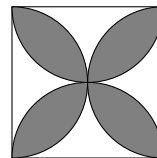
NALOGE ZA DEVETI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

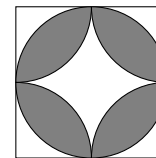
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

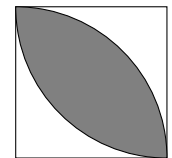
- A1.** Katero število reši enačbo $\frac{3}{1-\frac{2}{x}} = 3x$?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0
(E) nobeno izmed naštetih
- A2.** Kolikšna je vrednost izraza $\frac{6^{23}-6^{22}+6^{21}-6^{20}}{2^{23}-2^{22}+2^{21}-2^{20}}$?
- (A) 3 (B) 9 (C) $31 \cdot 3^{20}$ (D) $37 \cdot 3^{20}$ (E) 0
- A3.** Diagonala kvadrata je dolga $(2 + \sqrt{2})$ cm. Koliko je ploščina kvadrata?
- (A) $\sqrt{2}$ cm² (B) 2 cm² (C) $(3 + 2\sqrt{2})$ cm²
(D) 6 cm² (E) $(6 + 4\sqrt{2})$ cm²
- A4.** Operacija \otimes je definirana s predpisom $x \otimes y = x^2 - 3xy$, kjer sta x in y celi števili. Koliko je $(2 \otimes 1) \otimes (1 \otimes 2)$?
- (A) 34 (B) 1 (C) 0 (D) -13 (E) -26
- A5.** Enakostranični trikotnik in pravilni šestkotnik imata enak obseg. Kolikšno je razmerje ploščin trikotnika in šestkotnika?
- (A) 1 : 1 (B) 1 : 1.5 (C) 1 : 2 (D) 1 : $\sqrt{3}$ (E) 1 : 3
- A6.** Sveže posekano deblo ima maso 600 kg in vsebuje 60 % vlage. Po sušenju je v deblu še 4 % vlage. Koliko je masa posušenega debla?
- (A) 240 kg (B) 360 kg (C) 230.4 kg (D) 249.6 kg (E) 250 kg
- A7.** V kvadrat smo včrtali like na tri načine. Na kateri sliki je osenčen največji del kvadrata?
- (A) na sliki 1
(B) na sliki 2
(C) na sliki 3
(D) vsi osenčeni deli imajo enako ploščino
(E) nemogoče je določiti



Slika 1



Slika 2



Slika 3

B1. Anja, Blaž in Manca so naročeni na enak paket storitev pri mobilnem operaterju. Vsi trije plačujejo naročnino, poleg tega pa za vsako minuto pogovora določen znesek. Aprila je imela Manca 50 % popusta na naročnino. Anja je v tem mesecu govorila 10 minut in z naročnino vred plačala 13.20 EUR. Blaž je v istem mesecu govoril 18 minut in z naročnino vred plačal 14.16 EUR. Koliko je aprila plačala Manca, ki je govorila 1 uro?

(6 točk)

B2. V trikotniku ABC velja $\sphericalangle BAC = 60^\circ$. Težiščnica na stranico AB razdeli trikotnik na dva enakokraka trikotnika z osnovnico AC oz. BC in seka stranico AB v točki D . Daljica CD je dolga 5 cm. Izračunaj dolžine stranic trikotnika ABC .

(6 točk)

B3. Poišči vse rešitve enačbe

$$2013 - 4 \cdot |x^2 - 13| = 1986.$$

(6 točk)

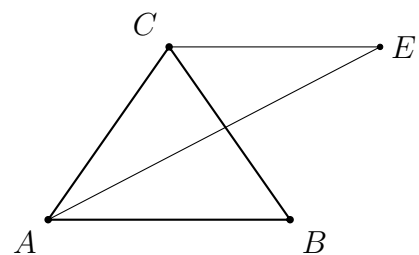
Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	A	C	C	C	A	C

Utemeljite:

- A1.** Razlika je 198000 in je deljiva z 2, 3, 5 in 11. Število 7 ne deli te razlike.
- A2.** »Praštevilo« je zapisano na lističu s številom 4. Napis »liho število« ustreza lističu s številom 2. Listič s številom 13 ima na hrbtni strani napis »večje od 15«. Rešitev je število 19.
- A3.** $\frac{3}{5}$ predvidenega časa je 156 minut, $\frac{3}{4}$ pa 195. Razlika je 39 minut.
- A4.** Čokoladnih in vaniljevih piškotov je $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$. Preostalih $\frac{5}{12}$ je orehovih. Vseh piškotov je $(15 : 5) \cdot 12 = 36$.
- A5.** Vse ulomke zapišemo z decimalnim zapisom: $\frac{1}{10} = 0.1$, $\frac{1}{5} = 0.2$, $\frac{1}{4} = 0.25$, $\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$ in $\frac{1}{2} = 0.5$ ter vidimo, da število 0.2013 leži med $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}$.
- A6.** Dolžina minimalnega ponavljajočega vzorca je 7. Števka 5 stoji na 4. mestu, saj je $2013 = 287 \cdot 7 + 4$. Torej je rešitev z .
- A7.** Notranji kot ob osnovnici $\sphericalangle BAC$ meri $(180^\circ - 70^\circ) : 2 = 55^\circ$, zato kot $\sphericalangle EAC$ meri 27.5° , kjer je točka E presečišče obeh simetral. Zunanji kot ob vrhu meri 110° . Torej kot $\sphericalangle ACE$ meri $70^\circ + 55^\circ = 125^\circ$. Kot $\sphericalangle CEA$ meri $180^\circ - 125^\circ - 27.5^\circ = 27.5^\circ$.



- A8.** Produkt treh različnih praštevil je enak $p \cdot q \cdot r$. Štiri sestavljena števila, ki delijo ta produkt so: $p \cdot q$, $p \cdot r$, $q \cdot r$ in $p \cdot q \cdot r$

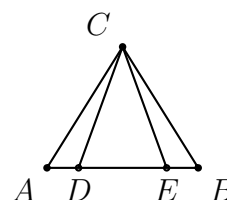
B1.

$$\begin{aligned} \frac{2\frac{1}{5}}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} + 4\frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{9} : 4 \right) &= \frac{\frac{11}{5}}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}}} + \frac{9}{2} \cdot \left(\left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right) \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{36} \right) = \\ &= \frac{\frac{11}{5}}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{3}}} + \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{36} \right) = \frac{\frac{11}{5}}{1 + \frac{2}{\frac{5}{3}}} + \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{5}{36} - \frac{1}{36} \right) = \frac{\frac{11}{5}}{1 + \frac{6}{5}} + \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{9} = \\ &= \frac{\frac{11}{5}}{\frac{11}{5}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Izračunan imenovalec ulomka v imenovalcu prvega člena $\frac{5}{3}$	1 točka
Izračunan imenovalec prvega člena $\frac{11}{5}$	1 točka
Vrednost prvega ulomka 1	1 točka
Izračunana vrednost v oklepaju drugega člena $\frac{1}{9}$	1 točka
Vrednost drugega šlena $\frac{1}{2}$	1 točka
Rezultat: $1\frac{1}{2}$	1 točka

B2. 1. način

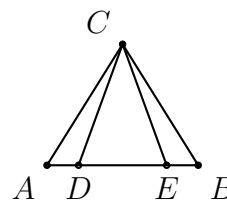
V enakokrakem trikotniku ABC merijo koti $\alpha = \beta = 52^\circ$ in $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot 52^\circ = 76^\circ$. Kot $\sphericalangle ECB$ meri $\gamma - 58^\circ = 18^\circ$. Trikotnika ADC in BEC sta skladna, zato tudi kot $\sphericalangle ACD$ meri 18° . Torej kot $\sphericalangle DCE$ meri $58^\circ - 18^\circ = 40^\circ$. Od tod izračunamo še kота ob osnovnici DE , ki merita $(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$.



Upoštevanje $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot \alpha$	1 točka
Izračunan kot $\gamma = 76^\circ$	1 točka
Ugotovitev, da kot $\sphericalangle ECB$ meri 18°	1 točka
Sklep, da je $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCE$ ter izračunan kot $\sphericalangle DCE = 40^\circ$	2 točki
Izračunana kота $\sphericalangle EDC = \sphericalangle CED = 70^\circ$	1 točka

2. način

V enakokrakem trikotniku ABC merijo koti $\alpha = \beta = 52^\circ$ in $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot 52^\circ = 76^\circ$. Kot $\sphericalangle ECB$ meri $\gamma - 58^\circ = 18^\circ$. Kot $\sphericalangle DEC$ meri $52^\circ + 18^\circ = 70^\circ$, prav toliko meri tudi kot $\sphericalangle EDC$. Izračunamo še kot $\sphericalangle DCE = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$.



Upoštevanje $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot \alpha$	1 točka
Izračunan kot $\gamma = 76^\circ$	1 točka
Ugotovitev, da kot $\sphericalangle ECB$ meri 18°	1 točka
Izračunan kot $\sphericalangle DEC = 70^\circ$	1 točka
Upoštevanje $\sphericalangle EDC = \sphericalangle DEC = 70^\circ$	1 točka
Izračunan kot $\sphericalangle DCE = 40^\circ$	1 točka

B3. Število a povečamo za četrtno a in dobimo $\frac{5a}{4}$. Novo število povečamo za petino ter dobimo število $\frac{5a}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6a}{4} = \frac{3a}{2}$. Povečamo ga še za šestino in dobimo $\frac{3a}{2} \cdot \frac{7}{6} = \frac{7a}{4}$.

Razlika med zadnjim dobljenim številom in številom a je $\frac{3a}{4}$ in je enaka 111. Torej je prvotno število enako $(111 : 3) \cdot 4 = 148$.

- Povečano število za četrtno je enako $\frac{5a}{4}$ 1 točka**
Novo število povečano za petino je enako $\frac{6a}{4} = \frac{3a}{2}$ 1 točka
Novo število povečano za šestino je enako $\frac{7a}{4}$ 1 točka
Ugotovitev, da je končno število za $\frac{3a}{4}$ večje od prvotnega 2 točki
Izračunano prvotno število 148. 1 točka

Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	B	C	C	A	C	D

Utemeljitve:

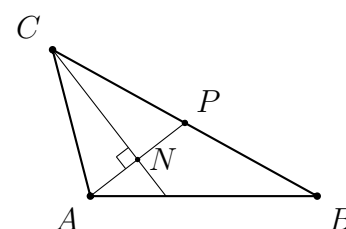
- A1.** Poenostavimo levo stran enačbe in dobimo $2013 - \sqrt{2012} - x + \sqrt{2012} = 1$. Od tod razberemo rešitev $x = 2012$.
ali
Enačbo reši število 2012: $\sqrt{(2013 - \sqrt{2012})^2} - (2012 - \sqrt{2012}) = 2013 - \sqrt{2012} - 2012 + \sqrt{2012} = 1$.
- A2.** Najmanjši kot meri $90^\circ : 6 = 15^\circ$, torej meri srednji kot 75° .
- A3.** Izračunajmo $2^5 \cdot 8^3 \cdot 16^2 = 2^5 \cdot (2^3)^3 \cdot (2^4)^2 = 2^{22} = (2^2)^{11} = 4^{11}$. Torej je eksponent 11.
- A4.** Produkt eksponentov je sodo število, saj v njem nastopa faktor 2. Sode potence števila -1 so enake 1.
- A5.** V začetni raztopini je 84 g soli in 336 g vode. Masa končne raztopine je 300 g in vsebuje $\frac{84}{300} \cdot 100\% = 28\%$ soli.
- A6.** Dolžina najkrajšega delčka je a . Del pred njim je dolg $3a$, njegov predhodnik pa $9a$. Najdaljši delček je dolg $27a$. Dolžina celotne vrvice je $40a$, zato je iskano razmerje enako $\frac{27}{40}$.
- A7.** Ženskih figuric je $\frac{1}{3}$, prav tako moških brez kape in moških s kapo. Prva figurica v vrsti, ki se smehlja, je moška s kapo. Vseh figuric v vrsti, ki se smehljajo je 7. Torej so 3 moške figurice s kapo, ki se smehljajo.
- A8.** Zapišemo $(3^2 + 4^2) + (5^2 + 12^2) = 5^2 + 13^2$. Vrednost vsote je enaka 18.

B1.

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{9} : 4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{6}}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{3}{2}}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{36} - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}}} = \\ & = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{36} - \frac{5}{36}}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{2}{1}}} - \sqrt{\frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{1}{9}}} = \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \end{aligned}$$

- Izračunan imenovalac ulomka v imenovalcu prvega člena 1. 1 točka
 Izračunana vrednost prvega korenjenja $\frac{1}{4}$ 1 točka
 Vrednost imenovalca v drugem členu $-\frac{1}{9}$ 1 točka
 Izračunana vrednost drugega korenjenja $\frac{9}{4}$ 1 točka
 Vrednosti obeh korenov in rezultat $\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$ 2 točki

B2. Označimo z N presečišče simetrale kota $\sphericalangle ACB$ in daljice AP . Trikotnika ANC in PNC sta skladna, ker imata skladna dva kota in skupno stranico. Zato sta skladni daljici AC in PC . Ker je točka P razpolovišče, velja $BC = 2 \cdot AC$. Torej je ena dolžina stranice dvakrat daljša od druge. Ker gre za tri zaporedna naravna števila $n, n + 1, n + 2$, imamo naslednje možnosti:



- $n + 2 = 2n$, torej je $n = 2$; stranice trikotnika pa so 2, 3 in 4.
- $n + 2 = 2(n + 1)$, torej je $n = 0$; stranica trikotnika ne more biti enaka 0.

- Ugotovitev, da sta trikotnika ANC in PNC skladna 1 točka
 Sklep, da sta stranici AC in PC skladni 1 točka
 Sklep, da je stranica BC dvakrat daljša od stranice AC 1 točka
 Izračunan $n = 2$ iz zveze $n + 2 = 2n$ 1 točka
 Izločitev možnosti $n + 2 = 2(n + 1)$ 1 točka
 Rešitev: Dolžine stranic so 2, 3 in 4 1 točka

Opomba: Za uganjeno rešitev brez utemeljitve dobi tekmovalac 1 točko.

Če tekmovalac dokaže, da v trikotniku s stranicami 2, 3, 4, velja: "Če sta daljici AP in CN pravokotni, potem je stranica BC dvakrat daljša od stranice AC ." dobi 3 točke po točkovniku (skladnost trikotnikov in daljic ter razmerje stranic). Merjenje ni korektna rešitev.

Za sklep, da je trikotnik s stranicami 2, 3, 4, edini trikotnik, katerega stranice so tri zaporedna naravna števila z lastnostjo $BC = 2 \cdot AC$, dobi tekmovalac 2 točki.

B3. Skupno število vseh učencev je sodo število, ki ni deljivo s 4 in pri deljenju s 5 da ostanek 3. Vemo, da je število zagotovo manjše od 90 in večje od 67. V pošteved pride samo 78, torej je dečkov 33.

Ugotovitev, da je skupno število učencev manjše od 90	1 točka
Sklep, da je število učencev večje od 67	1 točka
Ugotovitev, da je število učencev sodo število, ki ni deljivo s 4	1 točka
Ugotovitev, da število učencev pri deljenju s 5 da ostanek 3	1 točka
Sklep, da je edino ustrezno število 78	1 točka
Odgovor: Dečkov je 33.	1 točka

Opomba: Tekmovalec lahko reši nalogo tudi drugače, tako da preveri vsa števila do 90. Če na ustrezen način utemelji, da je število vseh učencev 78 ter pravilno odgovori, da je dečkov 33, lahko dobi vse točke.

Samo z ugibanjem, brez utemeljitve, dobi tekmovalec največ 2 točki.

Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor eno točko odštujemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	C	E	B	E	D	C

Utemeljitev:

A1. Enačbo reši število 3: $\frac{3}{1-\frac{2}{3}} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 3$

A2. Izpostavimo in izračunamo: $\frac{6^{23}-6^{22}+6^{21}-6^{20}}{2^{23}-2^{22}+2^{21}-2^{20}} = \frac{6^{20}(6^3-6^2+6-1)}{2^{20}(2^3-2^2+2-1)} = 37 \cdot 3^{20}$

A3. Izračunajmo stranico kvadrata: $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$ cm. Ploščina meri: $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ cm².

A4. Izračunajmo: $2 \otimes 1 = 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = -2$, $1 \otimes 2 = 1^2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 = -5$, $(-2) \otimes (-5) = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) \cdot (-5) = -26$

A5. Stranica enakostraničnega trikotnika je enaka $2a$, šestkotnika pa a . Ploščina trikotnika je enaka $\frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$, ploščina šestkotnika pa $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Razmerje ploščin je enako $1 : 1.5$.

A6. Masa ostalih snovi v svežem deblu je 40% od 600 kg = 240 kg, ki pa v sušenem deblu predstavljajo 96% celotne teže. Sušeno deblo tehta $240 : 0.96 = 250$ kg.

A7. Lik 1 in Lik 2 sta skladna, ker sta oba sestavljena iz 4 skladnih delov. Lik 3 je četrtnina Lika 1 povečana v razmerju $1 : 2$. Njegova ploščina je 4-krat večja od četrtnine Lika 1, torej je enaka ploščini Lika 1 (ali Lika 2).

A8. Povprečna vrednost preostalih petih števil je $2013 : 5 = 402.6$. Če bi izbrisali najmanjše oz. največje število, bi bila povprečna vrednost enaka srednjemu številu. Sklepamo, da so tri števila večja od 402, dve pa sta manjši. Torej velja $2013 = 400 + 401 + 403 + 404 + 405$. Vsota števk izbrisanega števila je enaka 6.

B1. 1. način (uporaba linearne funkcije)

Št. minut pogovora	Skupen znesek (poraba in naročnina) v EUR
10	13.20
18	14.16

x ... število minut pogovora

y ... skupen znesek z naročnino vred

k ... cena minute pogovora

n ... višina naročnine

$$k = \frac{14.16 - 13.20}{18 - 10} = \frac{0.96}{8} = 0.12 \text{ EUR/min}$$

Iz enačbe za skupen znesek $y = 0.12x + n$ izračunamo višino naročnine $n = 13.20 - 0.12 \cdot 10 = 12$ EUR, s 50% popustom 6 EUR

Manca je plačala $0.12 \cdot 60 + 6 = 13.20$ EUR.

Izračunana cena minute pogovora 0.12 EUR/min 2 točki
Zapisana zveza za višino skupnega zneska 1 točka
Izračunan znesek naročnine 12 EUR oziroma 6 EUR 2 točki
Odgovor: Manca je plačala 13.20 EUR 1 točka

2. način (sistem dveh enačb)

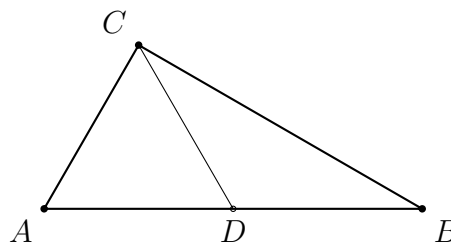
x ... cena minute pogovora

y ... višina naročnine

Zapišemo enačbi: $13.20 = 10x + y$ in $14.16 = 18x + y$. Enačbi odštejemo in dobimo $8x = 0.96$. Cena minute pogovora je enaka $x = \frac{0.96}{8} = 0.12$ EUR. Višina naročnine je enaka $y = 13.20 - 0.12 \cdot 10 = 12$ EUR, s 50% popustom 6 EUR. Manca je plačala $0.12 \cdot 60 + 6 = 13.20$ EUR.

Zapisani obe enačbi $13.20 = 10x + y$ in $14.16 = 18x + y$ 2 točki
Izračunana cena minute pogovora 0.12 EUR/min 1 točka
Izračunan znesek naročnine 12 EUR oziroma 6 EUR 2 točki
Odgovor: Manca je plačala 13.20 EUR 1 točka

B2. Stranica c meri 10 cm, saj je trikotnik ADC enakokrak z osnovnico AC in je dolžina AD enaka dolžini DC . Trikotnik ADC je celo enakostraničen, saj je enakokrak z enim kotom 60° . Torej je dolžina stranice $b = 5$ cm. Kot $\sphericalangle BDA$ meri $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Upoštevamo, da je trikotnik BDC enakokrak z osnovnico BC in izračunamo $\beta = 30^\circ$. Od tod sledi, da je trikotnik ABC pravokoten s pravim kotom v oglišču C . Po Pitagorovem izreku izračunamo $a = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$ cm.



Ugotovitev: $|AD| = |DC|$ ter izračunana stranica $c = 10$ cm 1 točka
Ugotovitev, da je trikotnik ADC enakostraničen 1 točka
Sklep: Stranica b meri 5 cm 1 točka

Ugotovitev, da je trikotnik ABC pravokoten 2 točki
Izračunana stranica $a = 5\sqrt{3}$ cm 1 točka

- B3.** Enačbo preoblikujemo v $|x^2 - 13| = \frac{27}{4}$. Leva stran enačbe je lahko enaka $\frac{27}{4}$ ali $-\frac{27}{4}$. Ob upoštevanju pozitivne vrednosti dobimo $x^2 = \frac{79}{4}$. Rešitvi sta $x = \pm\frac{\sqrt{79}}{2}$. Če upoštevamo negativno vrednost, dobimo $x^2 = \frac{25}{4}$. Rešitvi sta $x = \pm\frac{5}{2} = \pm 2.5$.

Poenostavitev enačbe $|x^2 - 13| = \frac{27}{4}$ 1 točka

Odprava absolutne vrednosti in upoštevanje $x^2 - 13 = \frac{27}{4}$ 1 točka

Izračunani prvi dve rešitvi $x = \pm\frac{\sqrt{79}}{2}$ 2 točki*

Upoštevanje negativne vrednosti $x^2 - 13 = -\frac{27}{4}$ 1 točka

Izračunani drugi dve rešitvi $x = \pm\frac{5}{2} = \pm 2.5$ 1 točka*

Opomba: Če tekmovalec poda samo pozitivni rešitvi, dobi največ 5 točk.