52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 16. april 2016

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 5. razred

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2

A1. S katerim številom moramo deliti število 2016, da dobimo količnik 25 in ostanek 66?

(**A**) 56 (**B**) 60 (**C**) 70 (**D**) 78 (**E**) 83

A2. Koliko je četrtina petine števila 160?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 8 (**E**) 10

A3. Ob dolgi ravni cesti raste 12 brez. Med vsakima dvema brezama raste grm divjih vrtnic. Med vsako brezo in sosednjim grmom divjih vrtnic raste leska. Koliko lesk raste ob tej cesti?

(**A**) 21 (**B**) 22 (**C**) 23 (**D**) 24 (**E**) 25

A4. Jan ima mobilni telefon, ki prikazuje čas v digitalnem zapisu (npr. 20:16). Kolikokrat v enem dnevu se števke 0, 1, 2 in 6 na mobilnem telefonu pokažejo hkrati?

(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

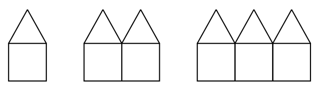
A5. Miha bere knjigo z 261 stranmi. Prvi dan prebere 10 strani, drugi dan 8 strani, tretji dan spet 10 strani, četrti pa spet 8. Tako nadaljuje v istem ritmu, izmenično prebira 10 in 8 strani na dan. Koliko strani prebere v treh tednih?

(**A**) 180 (**B**) 188 (**C**) 190
(**D**) 216 (**E**) prebere celo knjigo

A6. Tine ima le kovance za 10 centov, 50 centov in 1 EUR. Kupil bo sladoled za 2 EUR. Odločil se je, da ne bo plačal s kovanci, ki bi bili vsi enake vrednosti. Na koliko načinov lahko plača?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

A7. Ana je z vžigalicami po vrsti oblikovala figure. Kot je razvidno s slike, je za prvo figuro porabila 6 vžigalic, za drugo 11, za tretjo pa 16 vžigalic. Za katero figuro po vrsti bi porabila 131 vžigalic?



1. 2. 3.

(**A**) 5. (**B**) 25. (**C**) 26. (**D**) 27. (**E**) 31.

A8. Nika je na koledarju obkrožila števila, ki so označevala sobote nekega meseca. Tri obkrožena števila so bila soda. Kateri dan v tednu je bil 25. dan tega meseca?

(**A**) nedelja (**B**) ponedeljek (**C**) torek (**D**) petek (**E**) sobota

B1. Izračunaj: $2016 - 1602 : 6 : 3 + (79 \cdot 5 - 7 - 3) - 4^2 \cdot 2$

(6 točk)

B2. V šolo v naravi bo šlo 63 otrok $5.$ razreda. Po sobah bodo nameščeni tako, da bodo fantje spali v triposteljnih sobah, dekleta pa v dvoposteljnih. Za namestitev vseh otrok je potrebna ena triposteljna soba več, kot je dvoposteljnih. Koliko deklet in koliko fantov bo šlo v šolo v naravi? Rešitev utemelji. *(6 točk)* dMFA

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 6. razred

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2

A1. Koliko so tri četrtine petine števila 160?

(**A**) 8 (**B**) 24 (**C**) 96 (**D**) 120 (**E**) 128

A2. Za koliko se razlikujeta števili 5 M 4 St 9 Dt 9 S 2 D 3 E ter šest milijonov dvaintrideset tisoč sedem?

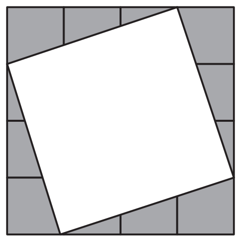
(**A**) 458916 (**B**) 541084 (**C**) 541184 (**D**) 542084 (**E**) 1541084

A3. Koliko je $0.1 + 0.01 : 0.1 \cdot 0.01$?

(**A**) 0.01 (**B**) 0.011 (**C**) 0.101 (**D**) 0.11 (**E**) 10.1

A4. Kolikšen del kvadratne mreže predstavlja izrezani del?

(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) $\frac{5}{8}$ (**D**) $\frac{3}{4}$ (**E**) $\frac{7}{8}$



A5. V določenem delu zime traja noč 3 ure in 15 minut dlje kot dan. Koliko časa traja dan?

(**A**) 13 h 35 min 30 s (**B**) 12 h 22 min 30 s (**C**) 10 h 20 min 40 s
(**D**) 13 h 37 min 30 s (**E**) 10 h 22 min 30 s

A6. V 6. razredu je 28 učencev. Odlično oceno iz matematike ima 5 učencev, dodatni pouk matematike pa obiskuje 8 učencev, medtem ko 17 učencev nima niti odlične ocene iz matematike niti ne obiskuje dodatnega pouka. Koliko tistih učencev, ki imajo odlično oceno iz matematike, obiskuje dodatni pouk matematike?

(**A**) 5 (**B**) 4 (**C**) 3 (**D**) 2 (**E**) 1

A7. Na rojstnodnevni zabavi je bilo število deklet za 2 večje od števila fantov. Rojstnodnevno torto so razdelili na 26 enakih kosov. Vsak fant je pojedel 2 kosa torte in vsako dekle 1 kos torte. Pojedli so celo torto. Koliko otrok je bilo na zabavi?

(**A**) 22 (**B**) 18 (**C**) 15 (**D**) 14 (**E**) 12

A8. Marko je petkrat pogledal na uro in vsakič zapisal, koliko je bila tedaj ura. Ob kateri uri sta urna kazalca oklepala najmanjši kot?

(**A**) 1.30 (**B**) 2.45 (**C**) 4.15 (**D**) 7.50 (**E**) 13.00

B1. V toni pitne vode je 40 g soli, v toni morske vode pa je 35 kg soli. Kolikšna količina pitne vode vsebuje toliko soli kot 200 g morske vode?

(6 točk)

B2. En kemični svinčnik stane 1.10 EUR. Če jih kupiš več, veljajo naslednje ugodnosti:
za 20 plačanih kemičnih svinčnikov dobiš še enega zastonj ali
za 50 plačanih kemičnih svinčnikov dobiš še tri zastonj ali
za 100 plačanih kemičnih svinčnikov jih dobiš še 8 zastonj.

(a) Koliko plačaš za 30 kemičnih svinčnikov?

(b) Potrebuješ 185 kemičnih svinčnikov. Koliko plačaš za njih?

(c) Koliko kemičnih svinčnikov dobiš za 100 EUR?

(6 točk)

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 16. april 2016

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 7. razred

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2

A1. Koliko je $0.1 + 0.01 : 0.1 \cdot 0.01$?

(**A**) 0.01 (**B**) 0.011 (**C**) 0.101 (**D**) 0.11 (**E**) 10.1

A2. S katerim številom moramo deliti razliko števil $3\frac{1}{12}$ in $2\frac{1}{18}$, da bi bil količnik enak $1\frac{3}{4}$?

(**A**) $\frac{2}{21}$ (**B**) $\frac{37}{63}$ (**C**) $\frac{2}{3}$ (**D**) $\frac{6}{7}$ (**E**) $\frac{259}{144}$

A3. Prejšnji mesec je 250 g orehov v trgovini A stalo 3.80 EUR, a so ceno ta mesec znižali za $25\ \%$. V trgovini B je 200 g orehov prejšnji mesec stalo 2.75 EUR, vendar so ta mesec ceno zvišali za $20\ \%$. V kateri trgovini je cena za 100 g orehov nižja in za koliko?

(**A**) V trgovini A, za 51 centov (**B**) V trgovini A, za 45 centov
(**C**) V trgovini B, za 23 centov (**D**) V trgovini B, za 15 centov
(**E**) Ceni sta enaki

A4. Kolikšna je vrednost izraza $\frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{3}{2-\frac{1}{5}}}}$?

(**A**) 2 (**B**) 1 (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) $\frac{1}{5}$ (**E**) $2\frac{1}{3}$

A5. Na potovanju v eksotično deželo se je Robert okužil z redko boleznijo. Zdravljenje traja 100 dni. Zdravnik mu je predpisal tri zdravila: kapljice, ki jih mora jemati po preteku vsakih 8 ur, tablete, ki jih mora jemati po preteku vsakih 18 ur, in kapsule, ki jih mora jemati po preteku vsakih 12 ur. Na začetku vzame vsa tri zdravila hkrati. Kolikokrat med terapijo bo vzel vsa tri zdravila ob istem času?

(**A**) 40-krat (**B**) 39-krat (**C**) 36-krat (**D**) 34-krat (**E**) 33-krat

A6. Miha ima 8 enako velikih kock, in sicer 4 rdeče in 4 modre. Iz 4 kock sestavi stolp. Koliko različnih stolpov lahko sestavi, če ne smeta nobeni dve rdeči kocki stati ena na drugi?

(**A**) 8 (**B**) 9 (**C**) 10 (**D**) 11 (**E**) 14

A7. V nekem koledarskem letu, ki ni prestopno, je 53 torkov. Kateri datum je prvo soboto v januarju?

(**A**) $2.\ 1.$ (**B**) $3.\ 1.$ (**C**) $4.\ 1.$ (**D**) $5.\ 1.$ (**E**) $6.\ 1.$

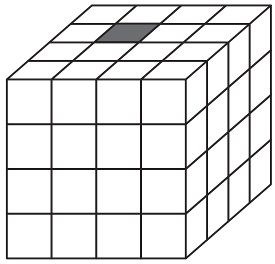
A8. Kolikšna je vsota števk najmanjšega naravnega števila, ki je deljivo s 7 in ima natanko 3 delitelje?

(**A**) 5 (**B**) 7 (**C**) 13
(**D**) 16 (**E**) nemogoče je določiti

A9. Ana s tremi skladnimi pravokotniki oblikuje večji pravokotnik s ploščino $150\ \text{cm}^2$. Za koliko se razlikujeta obsega večjega pravokotnika in enega izmed skladnih pravokotnikov?

(**A**) 10 cm (**B**) 20 cm (**C**) 30 cm (**D**) 40 cm (**E**) 50 cm

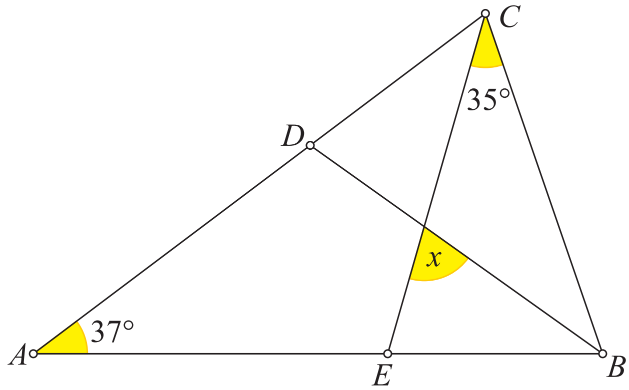
A10. Kocka na sliki je sestavljena iz 63 manjših belih kock in ene črne kocke, kot kaže slika. Prvi dan črna kocka spremeni barvo vseh sosednjih kock iz bele v črno. Naslednji dan vse črne kocke naredijo enako. Koliko črnih kock imamo na koncu drugega dne?
Kocki sta sosednji, če imata skupno ploskev.



(**A**) 6 (**B**) 11 (**C**) 15 (**D**) 16 (**E**) 17

B1. Daljica BD leži na simetrali kota z vrhom v točki B trikotnika ABC. Na stranici AB leži točka E tako, da velja $|AE| = |CE|$. Kot $\sphericalangle BAC$ je velik 37°, kot $\sphericalangle ECB$ pa 35°. Izračunaj velikost kota x (glej sliko).

(6 točk)



B2. Imamo 400 enakih voščenih krogel, iz katerih izdelujemo sveče. Iz vsake krogle izdelamo 10 sveč. Iz ostanka vsakih 20 uporabljenih krogel lahko naredimo eno kroglo, enako prvotnim.

Koliko sveč lahko naredimo iz vseh 400 krogel voska?

Kolikšen del vse količine voska, ki smo ga imeli na začetku, predstavlja količina voska, ki na koncu ostane?

(6 točk)

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 16. april 2016

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 8. razred

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je vrednost izraza $\frac{1}{\sqrt{18}}\left(\sqrt{8}+\sqrt{32}\right)$?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\sqrt{2}$ **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 6

A2. Koliko je vsota prafaktorjev števila, ki ga predstavlja vrednost izraza $3^6 - 2^6$?

(A) 1 **(B)** 19 **(C)** 31 **(D)** 54 **(E)** 102

A3. Nika je preštela vse stranice in diagonale nekega večkotnika. Ugotovila je, da jih je skupaj 45. Kateri večkotnik je to?

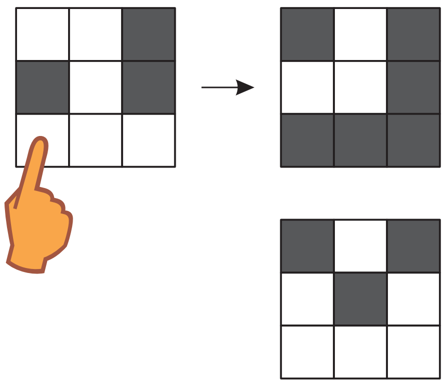
(A) 6-kotnik **(B)** 7-kotnik **(C)** 9-kotnik **(D)** 10-kotnik **(E)** 12-kotnik

A4. Kolikšna je vrednost izraza $|ab - (-(-b) + (-a))|$ za $a = 8$ in $b = -4$?

(A) -44 **(B)** -20 **(C)** 20 **(D)** 28 **(E)** 44

A5. Aritmetična sredina 11 števil je 4850. Od vsakega izmed enajstih števil odštejemo 10. Kolikšna je aritmetična sredina novih števil?

(A) 4740 **(B)** 4840 **(C)** 4730
(D) 4830 **(E)** Ni mogoče določiti.



A6. Klemen ima na zaslonu svojega mobilnega telefona kvadratno mrežo 3×3 s črnimi in z belimi kvadrati. Ko se Klemen dotakne nekega kvadrata, vsi kvadrati v isti vrstici in istem stolpcu, kot je ta kvadrat, spremenijo svojo barvo (iz črne v belo ali obratno, kot je prikazano na sliki desno zgoraj). Klemen bo začel z mrežo, ki je narisana desno spodaj, in se enega za drugim dotaknil treh kvadratov, ki so trenutno črne barve. Koliko belih kvadratov bo na koncu na mreži?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 5 **(E)** 8

A7. Kolikokrat se v 24 urah na digitalni uri pojavijo natanko tri enake števke zapored? (Na primer: 22:21.)

(A) 32 **(B)** 36 **(C)** 39 **(D)** 40 **(E)** 43

A8. Točki P in R razdelita stranico AB pravokotnika $ABCD$ na tri enake dele. Naj bo S središče pravokotniku očrtane krožnice. Kolikšen del ploščine celotnega pravokotnika predstavlja trikotnik PRS?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{12}$ **(C)** $\frac{1}{24}$ **(D)** $\frac{1}{18}$ **(E)** $\frac{1}{9}$

B1. Izračunaj vrednost izraza

$$4^{2016}:4^{2015}:\left(5\cdot 2^{3}+\frac{16^{5}}{8^{5}}-3^{5}:3^{3}:\frac{1}{9}-\sqrt{1\frac{9}{16}}+\sqrt{8^{2}+6^{2}}\right)$$

(6 točk)

B2. V 8. razredu, v katerem je enako število deklet in fantov, ima $40\ \%$ učencev svetle lase, vsi ostali pa temne. Izmed vseh svetlolasih učencev je $75\ \%$ deklet. Kolikšen odstotek vseh učencev v razredu predstavljajo fantje s temnimi lasmi?

(6 točk)

B3. Točki A in B ležita na krožnici s središčem v točki S. Nosilka tetive AB in pravokotnica skozi središče na polmer AS se sekata v točki C, ki leži v notranjosti kroga. Tangenta na krožnico skozi točko B seka nosilko daljice SC v točki D. Dokaži, da je trikotnik BCD enakokrak. Nariši skico.

(6 točk)

dMFA

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 9. razred

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

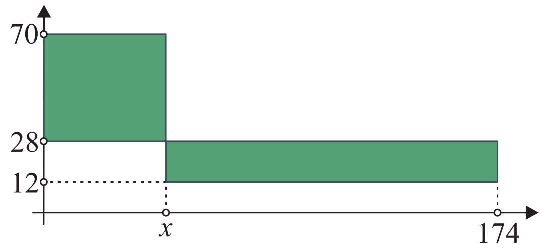
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je vrednost izraza $\dfrac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{3}{2-\frac{1}{5}}}}$?

(**A**) 2 (**B**) 1 (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) $\frac{1}{5}$ (**E**) $2\frac{1}{3}$

A2. Osenčena pravokotnika v koordinatnem sistemu sta ploščinsko enaka. Kolikšna je koordinata x?



(**A**) 12 (**B**) 24 (**C**) 48 (**D**) 60 (**E**) 72

A3. Polna steklenica vode tehta ravno 1 kg. Če odlijemo $\frac{2}{7}$ vode, tehta steklenica s preostankom vode $\frac{1}{4}$ kg manj kot polna steklenica. Koliko tehta prazna steklenica?

(**A**) 0.1 kg (**B**) 0.125 kg (**C**) 0.15 kg (**D**) 0.175 kg (**E**) 0.2 kg

A4. Na pisnem testu je bilo 30 vprašanj. Renata je imela $50\ \%$ več pravilnih odgovorov, kot je imela napačnih odgovorov. Na koliko vprašanj je odgovorila pravilno?

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 15 (**D**) 18 (**E**) 20

A5. Točka M je razpolovišče stranice AB pravilnega šestkotnika $ABCDEF$. Točka N leži na stranici DE, da velja $|DN| : |NE| = 2 : 1$. Naj bo L presečišče daljice MN in diagonale AD. Kolikšno je razmerje $|AL| : |LD|$?

(**A**) $1 : 1$ (**B**) $1 : 2$ (**C**) $3 : 4$ (**D**) $2 : 3$ (**E**) $3 : 7$

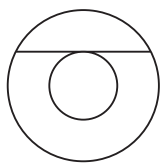
A6. Mediana Martinih doseženih točk na 15 košarkarskih tekmah je enaka 9. Na dveh tekmah je dala največje število točk, in sicer 10. Največkrat je dosegla 6 točk, kar je tudi njen najslabši rezultat. Kolikokrat je dosegla po 6 točk?

(**A**) 5-krat (**B**) 6-krat (**C**) 7-krat (**D**) 8-krat (**E**) 9-krat

A7. Na gradbišču so bili 4 delavci. Prvi, drugi in tretji delavec bi skupaj delo opravili v 6 urah. Prvi, drugi in četrti delavec bi končali v 7.5 ure. Če bi skupaj delala samo tretji in četrti delavec, bi delo opravila v 10 urah. V kolikšnem času bi delo opravili vsi štirje skupaj?

(**A**) 4 ure (**B**) 5 ur (**C**) 5.5 ure (**D**) 6 ur (**E**) 11.5 ure

A8. Dani sta dve koncentrični krožnici. Tetiva večje krožnice leži na tangenti manjše krožnice in je dolga 20 enot. Kolikšna je ploščina kolobarja, omejenega s krožnicama?



(**A**) 20π (**B**) 100π (**C**) 200π

(**D**) 400π (**E**) Ni mogoče določiti.

B1. Dan je izraz $(2.6x + 5.8)^2 - (0.8x - 12.2)^2$. Za katere vrednosti realnih števil x je vrednost izraza enaka 0?

(6 točk)

B2. Dolžina, širina in višina kvadrataste škatle, podane v centimetrih, so tri zaporedna naravna liha števila. Vsota dolžin vseh robov škatle je 156 cm.

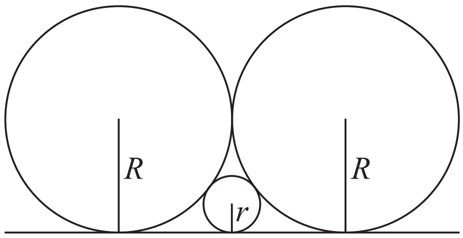
(a) Izračunaj, koliko kvadratnih metrov kartona potrebujemo za izdelavo take škatle, če zaradi rezanja in pokrova potrebujemo $5\ \%$ kartona več.

(b) Kolikšna je prostornina take škatle v litrih?

(6 točk)

B3. Dani so trije krogi, ki se dotikajo, kot kaže slika. Polmer manjšega kroga izrazi s polmerom enega izmed obeh skladnih večjih krogov.

(6 točk)



52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Rešitve za 5. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	B	B	C	A	C	B

Utemeljitve:

A1. Izračunajmo $(2016 - 66) : 25 = 78$.

A2. Najprej izračunamo petino števila 160 in dobimo $\frac{1}{5}$ od $160 = 32$. Potem izračunamo še četrtino dobljenega rezultata, $\frac{1}{4}$ od $32 = 8$.

A3. Med vsakima dvema brezama raste grm divjih vrtnic, torej je vseh grmov divjih vrtnic 11. Med skupno 23 brezami in grmi divjih vrtnic raste 22 lesk.

A4. Obstaja 10 časov, ki jih lahko zapišemo s števkami 0, 1, 2 in 6 in sicer 01:26, 02:16, 06:12, 06:21, 10:26, 12:06, 16:02, 16:20, 20:16, 21:06.

A5. V treh tednih prebere $11 \cdot 10 + 10 \cdot 8 = 190$ strani.

A6. Naštejmo vse ustrezne načine: $5 \cdot 10$ c $+ 3 \cdot 50$ c, $10 \cdot 10$ c $+ 2 \cdot 50$ c, $10 \cdot 10$ c $+ 1$ EUR, $15 \cdot 10$ c $+ 1 \cdot 50$ c, $2 \cdot 50$ c $+ 1$ EUR in $5 \cdot 10$ c $+ 1 \cdot 50c + 1$ EUR.

A7. Za prvo figuro potrebuje 6 vžigalic, za vsako nadaljnjo pa 5 vžigalic več kot za pravkar oblikovano – kot bi oblikovala vrstne hiške, ki se stikajo. Izračunajmo $(131 - 6) : 5 = 25$, torej je k prvi hiški na iskani figuri dodala 25 hišk, vseh skupaj je 26 hišk. Torej je porabila 131 vžigalic za figuro na 26. mestu.

A8. Tri zapisana števila so bila soda, preostali dve pa lihi, zato so bile sobote $2.$, $9.$, $16.$, $23.$ in $30.$ dne v mesecu. Torej je bil $25.$ tega meseca ponedeljek.

B1. Izračunajmo:

$$2016 - 1602 : 6 : 3 + (79 \cdot 5 - 7 - 3) - 4^2 \cdot 2 =$$
$$2016 - 267 : 3 + (395 - 7 - 3) - 16 \cdot 2 =$$

$$2016 - 89 + (388 - 3) - 32 =$$
$$1927 + 385 - 32 = 2312 - 32 = 2280$$

Izračunan prvi odštevanec: $1602 : 6 : 3 = 89$. **.................................2 točki**

Izračunana vrednost izraza v oklepaju: $79 \cdot 5 - 7 - 3 = 385$. **................2 točki**

Izračunan drugi odštevanec: $4^2 \cdot 2 = 32$. **....................................1 točka**

Izračunana vrednost izraza: 2280. **...1 točka**

B2. Za 60 učencev potrebujemo 12 dvoposteljnih ter 12 triposteljnih sob, saj je $60 : 5 = 12$. Izvemo, da dekleta spijo v manjših sobah torej je vseh deklet 24. Fantje potrebujejo 13 triposteljnih sob, torej jih je 39.

Sklep, da dekleta spijo v 12 **sobah. ....2 točki**

Izračunano število deklet: $12 \cdot 2 = 24$. **.......................................2 točki**

Sklep, da je število fantov enako $63 - 24 = 39$. **..............................2 točki**

ali (točkovnik za način reševanja s poskušanjem)

Smiselni postopek poskušanja (risanje, več računov,...) ....1 točka

Dekleta spijo v 12 **sobah. ....1 točka**

Fantje spijo v 13 **sobah. ....1 točka**

Vseh fantov je 39. ....1 točka

Vseh deklet je 24. ....1 točka

Utemeljitev rešitve. ....1 točka

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Rešitve za 6. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	B	C	C	E	D	B	E

Utemeljitve:

A1. Najprej izračunamo petino števila 160 in dobimo $\frac{1}{5}$ od $160 = 32$. Potem izračunamo še tri četrtine dobljenega rezultata, $\frac{3}{4}$ od $32 = 24$.

A2. Izračunajmo: $6032007 - 5490923 = 541084$.

A3. Izračunajmo: $0.1 + 0.01 : 0.1 \cdot 0.01 = 0.1 + 0.1 \cdot 0.01 = 0.1 + 0.001 = 0.101$.

A4. Narišimo celotno mrežo. Imamo štiri cele kvadrate, pri ostalih šestih pa dva dela z isto oznako skupaj tvorita en cel kvadrat. Izrezani del predstavlja $\frac{10}{16}$ oziroma $\frac{5}{8}$.

A5. Dolžina dneva je enaka polovici od 24 h -3 h 15 min $= 20$ h 45 min, torej 10 h 22 min 30 s.

A6. Vseh učencev, ki imajo odlično oceno iz matematike ali obiskujejo dodatnih pouk, je največ 13. Za 11 učencev velja, da imajo odlično oceno pri matematiki ali pa obiskujejo dodatni pouk. Torej sta 2 učenca, ki imata odlično oceno in obiskujeta dodatni pouk.

A7. Eno dekle in en fant skupaj pojesta 3 kose torte. Celi del pri deljenju 26 s 3 je 8. Torej je bilo 8 fantov in 10 deklet, ki so skupaj pojedli $16 + 10$ kosov. Vseh otrok na zabavi je bilo 18.

A8. Le v primerih C in E je kot manjši od $45°$. S slik razberemo, da je kot najmanjši v primeru E.

B1. Izračunajmo količino soli v morski vodi. Ker 1 tona morske vode vsebuje 35 kg soli, 1 kg morske vode vsebuje 35 g soli. Torej 200 g morske vode vsebuje 7 g soli. Podobno sklepamo za pitno vodo. Ker 1 tona pitne vode vsebuje 40 g soli, delimo 1000 s 40 in dobimo, da 25 kg pitne vode vsebuje 1 g soli. Za 7 g soli potrebujemo $25 \cdot 7 = 175$ kg pitne vode. Torej 175 kg pitne vode vsebuje enako količino soli kot 200 g morske vode.

Sklep, da 200 g morske vode vsebuje 7 g soli. ....2 točki

Sklep, da 25 kg pitne vode vsebuje 1 g soli. ....2 točki
Izračun, da potrebujemo 175 kg pitne vode za 7 g soli. ....1 točka
Sklep, da 175 kg pitne vode vsebuje enako količino soli kot 200 g morske vode. 1 točka

ali

Zapisano razmerje 35 kg : 40 g $= 875$. ....2 točki

Izračun, $875 \cdot 200$ g $= 175000$ g $= 175$ kg...................................3 točke
Sklep, da 175 kg pitne vode vsebuje enako količino soli kot 200 g morske vode. 1 točka

B2. (a) Če želimo 30 kemičnih svinčnikov, jih plačamo le 29, torej $29 \cdot 1.10$ EUR $= 31.90$ EUR.

(b) Pri 185 kemičnih svinčnikih jih plačamo le 173, saj jih 12 dobimo zastonj. Znesek plačila je enak $173 \cdot 1.10$ EUR $= 190.30$ EUR.

(c) Izračunajmo $100 : 1.10 = 90.90$, kar pomeni, da bi za 100 EUR dobili 90 kemičnih svinčnikov. Zraven dobimo še 5 kemičnih svinčnikov brezplačno, zato je vseh skupaj 95.

Zapisana rešitev v primeru a): $29 \cdot 1.10$ EUR $= 31.90$ EUR. .... 1 točka

Sklep, da pri 185 kemičnih svinčnikih plačamo le 173 svinčnikov, saj jih 12 dobimo brezplačno. .... 2 točki

Za 185 kemičnih svinčnikov plačamo $173 \cdot 1.10$ EUR $= 190.30$ EUR. .... 1 točka

Ugotovitev, da za plačilo 100 EUR dobimo 90 kemičnih svinčnikov, če ne bi bilo ugodnosti. ....1 točka
Sklep, da zaradi ugodnosti dobimo 95 kemičnih svinčnikov. ....1 točka

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetnih 5 točk.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	E	D	A	D	C	B	E

Utemeljitve:

A1. Izračunajmo: $0.1 + 0.01 : 0.1 \cdot 0.01 = 0.1 + 0.1 \cdot 0.01 = 0.1 + 0.001 = 0.101$.

A2. Izračunajmo: $(3\frac{1}{12} - 2\frac{1}{18}) : 1\frac{3}{4} = (3\frac{3}{36} - 2\frac{2}{36}) : 1\frac{3}{4} = 1\frac{1}{36} : 1\frac{3}{4} = \frac{37}{36} : \frac{7}{4} = \frac{37}{36} \cdot \frac{4}{7} = \frac{37}{63}$

A3. V trgovini A je 250 g orehov po 25 % znižanju stalo 2.85 EUR, torej jih 100 g stane 1.14 EUR. V trgovini B je 200 g orehov po 20 % podražitvi stalo 3.30 EUR. Cena za 100 g je bila 1.65 EUR, kar je za 51 centov več kot v trgovini A.

A4. Izračunajmo: $\frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{3}{2-\frac{1}{5}}}} = \frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{3}{\frac{9}{5}}}} = \frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{5}{3}}} = \frac{4}{3-\frac{6}{\frac{14}{3}}} = \frac{4}{3-\frac{9}{7}} = \frac{4}{\frac{12}{7}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

A5. Najmanjši skupni večkratnik števil 8, 12 in 18 je število 72. Torej Robert vsakih 72 ur oziroma 3 dni vzame vsa tri zdravila ob istem času. Prvi dan je vzel vsa tri zdravila hkrati, potem pa vsake tri dni v ostalih 99 dneh, torej $99 : 3 = 33$ krat. Vsa zdravila hkrati je vzel 34-krat.

A6. Naštejmo vse možnosti: $MMMM$, $MMMR$, $MMRM$, $MRMM$, $RMMM$, $MRMR$, $RMRM$ in $RMMR$.

A7. Leto ima 52 tednov in 1 dan, torej ima 53 torkov samo, če se začne s torkom. Datum prve sobote v januarju je zato 5.1.

A8. Iskano število je kvadrat nekega števila, saj ima liho število deliteljev.

Ker je iskano število deljivo s 7, je število $7^2 = 49$ najmanjše število, ki ima tri delitelje, in sicer 1, 7 in 49. Vsota števk tega števila je 13.

A9. Ploščina enega izmed treh skladnih pravokotnikov je enaka 50 cm^2. Njegova dolžina a je enaka dvakratniku njegove širine b. Velja $2 \cdot b \cdot b = 50$, torej je širina enaka 5 cm in dolžina 10 cm. Obseg manjšega pravokotnika je tako enak 30 cm, večjega pa $2 \cdot (10 + 15) = 50$ cm. Iskana razlika obsegov je enaka 20 cm.

A10. Prvi dan 5 belih kock postane črnih, drugi dan pa še 11. Število vseh črnih kock skupaj z začetno je tedaj enako 17.

B1. Trikotnik AEC je enakokrak z osnovnico CA, zato sta kota $\sphericalangle EAC$ in $\sphericalangle ACE$ skladna in sta velika $37°$. Velikost kota $\sphericalangle CBA$ je zato enaka $180° - 37° - (35° + 37°) = 71°$, torej je kot $\sphericalangle CBD$ velik $35.5°$. Velikost kota x je enaka vsoti $35° + 35.5° = 70.5°$, saj je velikost zunanjega kota pri enem oglišču trikotnika enaka vsoti velikosti notranjih kotov pri drugih dveh ogliščih.

Sklep, da je velikost kota $\sphericalangle ACE$ enaka $37°$. .... 1 točka

Izračunana velikost kota $\sphericalangle CBA$: $71°$. .... 1 točka

Sklep, da je kot $\sphericalangle CBD$ velik $35.5°$. .... 2 točki

Izračunana velikost kota $x = 70.5°$. .... 2 točki

B2. Iz vsake krogle naredimo 10 sveč, iz 400 krogel jih torej naredimo 4000. Iz ostanka naredimo $400 : 20 = 20$ novih krogel, iz katerih dobimo še 200 sveč. Iz ostanka izdelamo še eno kroglo za 10 sveč. Skupno imamo 4210 sveč. Ostane nam $\frac{1}{20}$ krogle, kar je $\frac{1}{8000}$ prvotne količine voska.

Sklep, da iz 10 krogel izdelamo 4000 sveč. .... 1 točka

Ugotovitev, da iz ostanka izdelamo 20 krogel, kar zadošča za 200 sveč. . 1 točka

Sklep, da izdelamo še eno kroglo in iz nje 10 sveč. .... 1 točka

Skupno število narejenih sveč je 4210. .... 1 točka

Ugotovitev, da od zadnje krogle ostane $\frac{1}{20}$ voska. .... 1 točka

Izračunan ostanek $\frac{1}{8000}$ glede na začetno količino. .... 1 točka

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	D	C	B	C	D	B

Utemeljitve:

A1. Računajmo $\frac{1}{\sqrt{18}}\left(\sqrt{8}+\sqrt{32}\right)=\frac{1}{3\sqrt{2}}\left(2\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)=2$.

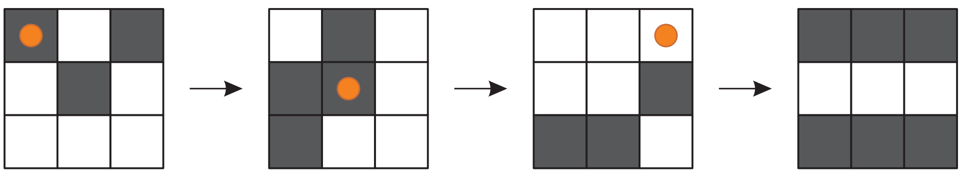
A2. Vrednost izraza 3^6-2^6 je enaka 665. Razcepimo število na prafaktorje, dobimo $665=5\cdot 7\cdot 19$. Vsota teh faktorjev je enaka 31.

A3. Zapišemo enačbo $n+\frac{n(n-3)}{2}=45$ in jo preoblikujemo v $n(n-1)=90$. Rešitev enačbe je $n=10$.

A4. Izračunamo: $|8\cdot(-4)-(-(-(-4))+(-8))|=|8\cdot(-4)-(-4-8)|=|-32+12|=20$.

A5. Zapišemo račun za prvo aritmetično sredino: $\frac{a_1+a_2+\ldots+a_{11}}{11}=4850$. Ko od vsakega števila odštejemo 10, dobimo:
$\frac{a_1-10+a_2-10+\ldots+a_{11}-10}{11}=4850-\frac{110}{11}=4840$.

A6. Na koncu je črno obarvanih 6 kvadratkov.



A7. Vseh zapisov časa oblike $11{:}1x$, kjer je x element množice $\{0,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, je 9. Podobno velja v zapisih $22{:}2x$ in $00{:}0x$. Pri zapisu oblike $1x{:}xx$ je le 5 možnosti, saj je x element množice $\{0,2,3,4,5\}$. Podobno velja v zapisu oblike $0x{:}xx$. Zapisi oblike $2x{:}xx$ so le trije: $20{:}00$, $21{:}11$ in $23{:}33$. Vseh ustreznih zapisov je $3\cdot 9+2\cdot 5+3=40$.

A8. Naj bo a dolžina pravokotnika in b njegova širina. Dolžina stranice PR je enaka $\frac{a}{3}$. Višina na stranico PR trikotnika PRS pa je enaka $\frac{b}{2}$. Torej je ploščina trikotnika PRS enaka $\frac{\frac{a}{3}\cdot\frac{b}{2}}{2}$, kar je $\frac{1}{12}$ ploščine pravokotnika.

B1. Izračunamo

$$4^{2016} : 4^{2015} : (5 \cdot 2^3 + \frac{16^5}{8^5} - 3^5 : 3^3 : \frac{1}{9} - \sqrt{1\frac{9}{16}} + \sqrt{8^2 + 6^2}) =$$

$$= 4 : (5 \cdot 8 + (\frac{16}{8})^5 - 3^2 \cdot 9 - \sqrt{\frac{25}{16}} + \sqrt{64 + 36}) =$$

$$= 4 : (40 + 2^5 - 81 - \frac{5}{4} + 10) = 4 : (40 + 32 - 81 - 1\frac{1}{4} + 10) = 4 : (-\frac{1}{4}) = 4 \cdot (-4) = -16$$

Izračunana vrednost prvega količnika: $4^{2016} : 4^{2015} = 4$**. .... 1 točka**

Izračunana vsota prvih dveh členov v oklepaju: $5 \cdot 2^3 + \frac{16^5}{8^5} = 40 + 32$**. .... 1 točka**
Izračunan tretji člen v oklepaju: $3^5 : 3^3 : \frac{1}{9} = 3^4 = 81$**. .... 1 točka**
Izračunani vrednosti korenov: $-\sqrt{1\frac{9}{16}} + \sqrt{8^2 + 6^2} = -1\frac{1}{4} + 10$**. .... 1 točka**
Izračunana vrednost izraza v oklepaju: $40 + 32 - 81 - 1\frac{1}{4} + 10 = -\frac{1}{4}$**. ..... 1 točka**

Rezultat: $4 : (-\frac{1}{4}) = -16$**. .... 1 točka**

B2. V razredu je x deklet in x fantov. Število svetlolasih fantov je enako eni četrtini vseh svetlolascev, torej $25\ \%$ od $40\ \%$ od $2x$, kar je enako $20\ \%$ od x. Temnolasih fantov je tedaj $x - 20\ \%$ od $x = 80\ \%$ od x. To število delimo z $2x$ in dobimo delež temnolasih fantov v razredu, ki je $40\ \%$.

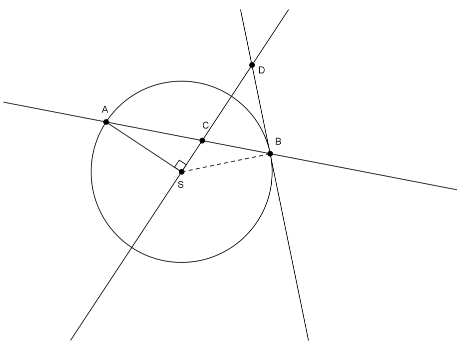
Ugotovitev, da je delež svetlolasih fantov enak $\frac{1}{4}$ vseh svetlolascev. .... 1 točka

Izračunano število svetlolasih fantov glede na vse fante: $20\ \%x$**. .... 2 točki**

Izračunano število temnolasih fantov glede na vse fante: $80\ \%x$**. .... 1 točka**

Izračunan delež temnolasih fantov glede na vse: $40\ \%$**. .... 2 točki**

B3. Narišemo skico.



Označimo: $\sphericalangle SAB = \alpha$. Trikotnik ABS je enakokrak, saj sta daljici SA in SB polmera krožnice. Torej sta kota $\sphericalangle SAB$ in $\sphericalangle ABS$ skladna. Kot $\sphericalangle DBS$ je pravi, zato je velikost kota $\sphericalangle DBC$ enaka $90^\circ - \alpha$. Kot $\sphericalangle BCD$ je sovršen s kotom $\sphericalangle ACS$ in je zato velik $90^\circ - \alpha$. Torej je trikotnik BCD res enakokrak.

Narisana skica z oznakami. .... 1 točka

Sklep, da sta kota $\sphericalangle SAB$ in $\sphericalangle ABS$ skladna. .... 1 točka

Ugotovitev, da je $\sphericalangle DBC$ velik $90^\circ - \alpha$. .... 1 točka

Sklep, da je $\sphericalangle BCD$ velik $90^\circ - \alpha$. .... 2 točki

Zaključek trikotnik BCD je enakokrak. .... 1 točka

Opomba: Kandidat, ki je napačno narisal skico (namesto središča kroga je upošteval središče polmera), vse ostale sklepe pa pravilno zapisal, dobi največ 5 točk.

52. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 16. april 2016

Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
E	C	B	D	C	C	B	B

Utemeljitve:

A1. Računajmo $\frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{3}{2-\frac{1}{5}}}}=\frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{3}{\frac{9}{5}}}}=\frac{4}{3-\frac{6}{3+\frac{5}{3}}}=\frac{4}{3-\frac{6}{\frac{14}{3}}}=\frac{4}{3-\frac{9}{7}}=\frac{4}{\frac{12}{7}}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$

A2. Ploščina levega pravokotnika je enaka $x \cdot 42$, ploščina desnega pa $(174-x)\cdot 16$. Izenačimo obe ploščini, dobimo enačbo $x \cdot 42=(174-x)\cdot 16$ z rešitvijo $x=48$.

A3. $\frac{1}{4}$ kg vode predstavlja $\frac{2}{7}$ njene celotne mase, torej voda v steklenici tehta 0.875 kg. Prazna steklenica tehta 0.125 kg.

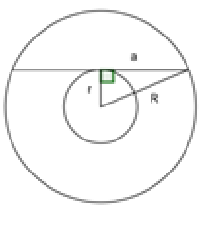
A4. Število pravilnih odgovorov je bilo za $50\ \%$ večje od števila napačnih odgovorov, torej sta števili v razmerju $3:2$. Razmerje med številom vseh vprašanj in številom nepravilnih odgovorov je zato enako $5:2$. Vseh vprašanj je bilo 30, torej je bilo napačnih odgovorov 12. Ker je bilo pravilnih za $50\ \%$ več, jih je bilo 18.

A5. Trikotnika AML in DNL sta si podobna, saj imata skladna dva para kotov. Razmerje $|AL|:|LD|$ je zato enako razmerju $|AM|:|DN|=\frac{a}{2}:\frac{2a}{3}=3:4$.

A6. Mediana vseh dosežkov je na 8. mestu. Na prvem mestu je najslabši rezultat, 6 točk, na zadnjih dveh mestih sta najboljša rezultata, 10 točk. Na mestih od osmega do trinajstega je zato število 9, skupaj je zapisano 6-krat. Dosežek 6 točk je najbolj pogost, zato nastopa več kot 6-krat. Torej so na mestih od prvega do sedmega rezultati po 6 točk, kar pomeni da je vseh 7.

A7. Zapišemo enačbe, ki ustrezajo opravljenemu delu v eni uri: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{6}$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{t}=\frac{1}{7.5}=\frac{2}{15}$ in $\frac{1}{z}+\frac{1}{t}=\frac{1}{10}$, kjer je x čas prvega delavca, y drugega, z tretjega in t četrtega. Enačbe seštejemo in dobimo: $2(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t})=\frac{1}{6}+\frac{2}{15}+\frac{1}{10}=\frac{24}{60}$. Velja $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}=\frac{1}{5}$, torej skupaj opravijo delo v 5 urah.

A8. Označimo z R polmer večje krožnice ter z r polmer manjše. Ploščina kolobarja je $p=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)$. Trikotnik s stranicami R, r in 10 je pravokoten, zato je $R^2-r^2=100$. Torej je ploščina kolobarja enaka $p=100\pi$.



B1. Izraz razstavimo kot razliko kvadratov:

$$(2.6x + 5.8)^2 - (0.8x - 12.2)^2 =$$

$$((2.6x + 5.8) - (0.8x - 12.2))((2.6x + 5.8) + (0.8x - 12.2)) =$$
$$(2.6x + 5.8 - 0.8x + 12.2)(2.6x + 5.8 + 0.8x - 12.2) =$$
$$(1.8x + 18)(3.4x - 6.4)$$

Vrednost izraza je enaka 0, če je:

$1.8x + 18 = 0$. Torej je $x = -10$.

$3.4x - 6.4 = 0$. Torej je $x = \frac{32}{17}$.

Upoštevanje razlike kvadratov. .... 1 točka

Zapisana enačba $(1.8x + 18)(3.4x + 6.4) = 0$**. .... 1 točka**

Reševanje enačbe $1.8x + 18 = 0$**. .... 1 točka**

Rešitev $x = -10$**. .... 1 točka**

Reševanje enačbe $3.4x - 6.4 = 0$**. .... 1 točka**

Rešitev $x = \frac{32}{17}$**. .... 1 točka**

Opombi: Tekmovalec dobi največ 1 točko, če je zapisal urejeno kvadratno enačbo. Če tekmovalec rešuje enačbo kot $a^2 = b^2$ **in pri tem ne upošteva možnosti** $a = -b$**, dobi največ 4 točke.**

B2. Iz besedila razberemo $4a+4b+4c = 156$, torej velja $a+b+c = 39$. Upoštevamo, da so a, b in c tri zaporedna liha števila, in dobimo enačbo $2n-1+2n+1+2n+3 = 39$ z rešitvijo $n = 6$. Dolžine robov škatle so zato enake 11 cm, 13 cm in 15 cm. Površina take škatle je enaka $P = 2(11 \cdot 13 + 11 \cdot 15 + 13 \cdot 15) = 1006$ cm^2. Porabimo 5 % kartona več, kar pomeni, da za škatlo potrebujemo $0.1006 \cdot 1.05 = 0.10563$ m^2 kartona. Prostornina take škatle je enaka $V = 11 \cdot 13 \cdot 15 = 2145$ cm^3, kar je enako 2.145 litra.

Zapisana in rešena enačba $2n - 1 + 2n + 1 + 2n + 3 = 39$**. .... 1 točka**

Izračunane dolžine robov: 11 **cm,** 13 **cm in** 15 **cm. .... 1 točka**

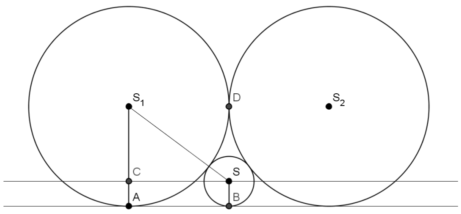
Izračunana površina škatle. .... 1 točka

Izračunana površina kartona (v m^2), ki ga potrebujemo. .... 1 točka

Izračunana prostornina škatle v litrih. ....2 točki

Opombi: Za rešitev, ki sledi iz uganjenih dolžin robov, dobi tekmovalec največ 4 točke.
Tekmovalec dobi točko za prvo alinejo, če je razvidno poznavanje zapisa lihih stevil.

B3. Označimo točke na sliki, kjer je daljica SC pravokotna na daljico AS_1. Torej velja $|AC| = |BS| = r$. Poleg tega velja $|AB| = |CS| = |S_1D| = R$. Po Pitagorovem izreku je $|CS_1|^2 + |CS|^2 = |SS_1|^2$ oziroma $(R-r)^2 + R^2 = (R+r)^2$. Iz dobljene enakosti po odpravi oklepajev sledi $r = \frac{R}{4}$.



Sklep, da velja $|AC| = |BS| = r$. .... 1 točka

Upoštevana zveza $|AB| = |CS| = |S_1D| = R$. .... 1 točka

Uporaba Pitagorovega izreka: $|CS_1|^2 + |CS|^2 = |SS_1|^2$. .... 1 točka

Zapisana enakost $(R-r)^2 + R^2 = (R+r)^2$. .... 1 točka

Poenostavitev zgornje enakosti. .... 1 točka

Sklep, da je $r = \frac{R}{4}$. .... 1 točka

Opomba: Zgolj zapisana rešitev (merjenje,...) prinese 1 točko.