

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis, kopiranje in uporabo gradiva v tem dokumentu za potrebe učiteljev pri pouku, šolskih krožkih in drugih aktivnostih na šoli, povezanimi s tekmovanji v organizaciji DMFA Slovenije. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

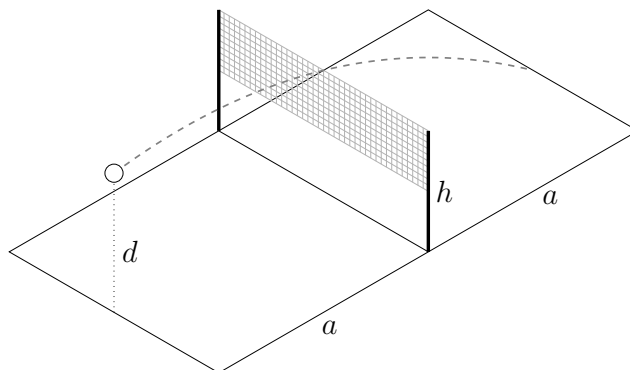
Referenčna koda datoteke je zapisana ob vsaki strani tega dokumenta.

Skupina I

1. Odbojkar udari žogo točno nad sredino zadnje črte igrišča na višini $d = 2,30$ m. Igrišče ima obliko pravokotnika, ki ga mreža deli na dve kvadratni polji s stranico $a = 9,00$ m, višina zagornjega roba mreže je $h = 2,45$ m. Privzemi, da je žoga točkasto telo.

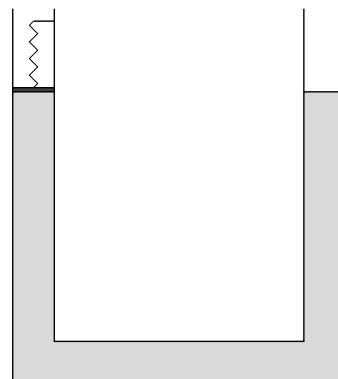
S kolikšno hitrostjo in pod kolikšnim kotom glede na vodoravnico mora po servisu odleteti žoga, da leti tik nad mrežo in se tal dotakne točno na sredini zadnje črte na nasprotni strani?

Namig: Namesto z velikostjo hitrosti in kotom raje računaj s komponentama hitrosti v vodoravni in navpični smeri.



2. V cevi s kvadratnim profilom in presekom 1 cm^2 je voda. Cev ima obliko, ki jo kaže slika, razdalja med sredinama krakov je 50 cm . Levi krak tesno zapira bat, povezan z vzmetjo s koeficientom $2,5\text{ N/m}$. Bat se lahko po kraku giblje brez trenja.

- Na začetku sega voda v levem kraku do višine 40 cm , v desnem pa do višine 15 cm . Je vzmet skrčena ali raztegnjena? Kolikšen je raztezek oziroma skrček vzmeti?
- Koliko vode moram naliti v desni krak, da se višini gladin izenačita, kot kaže slika?
- Cev iz vprašanja b) zavrtimo za 45° v smeri urinega kazalca. Kraki so dovolj visoki, da voda pri tem ne izteče. Kolikšen je premik bata in v katero smer (navzgor ali navzdol po kraku)?

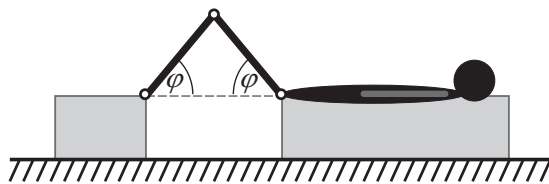


3. Telovadec z maso 75 kg skače po trampolinu. Prožno opno trampolina v nalogi opišemo kot lahek prožen trak, ki ima dolžino $2,4\text{ m}$, kadar ni obremenjen. Na trdno ogrodje trampolina je trak napet tako, da ima dolžino 3 m in je vodoraven, ko je trampoline prazen.

- Kolikšen je prožnostni koeficient traku, če se pod mirujočim telovadcem, ki stoji na sredini, spusti za 20 cm pod nivo vodoravnega traku praznega trampolina?
- Telovadec počasi počepne, da se trak med počepom ne premika. Nato se zelo hitro odrine navpično navzgor in med odzivom popolnoma iztegne noge. Roke ima ves čas nepremično iztegnjene ob telesu. S kolikšno največjo silo deluje na trak, če se med odzivom trak pod njegovimi stopali spusti za 55 cm pod nivo vodoravnega traku praznega trampolina?
- Med celotnim skokom ima telovadec roke nepremično ob telesu in iztegnjene noge. Na kolikšni višini nad vodoravnim nivojem praznega trampolina so stopala telovadca, ko je v najvišji točki skoka?

Prosim, obrni list, na drugi strani je še ena naloga.

4. Anže počiva tako, da leži na kavču in opira noge na počivalnik (stol enake višine kot kavč) z maso 10 kg, kot kaže slika. Ker počiva in ima sproščene mišice, delujejo kolk, koleno in stik stopala s počivalnikom kot brez trenja vrtljive osi (ležaji). Vsaka Anžetova noga ima maso 12 kg. Masa nog je enakomerno porazdeljena po dolžini od stopala do kolka. Privzemimo, da je dolžina noge od stopala do kolena enaka 50 cm in enaka dolžini noge od kolena do kolka.

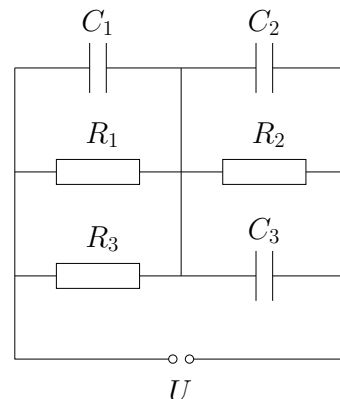


- Najmanj kolikšen mora biti koeficient lepenja med počivalnikom in podlago, da lahko Anže počiva s popolnoma sproščenimi mišicami in je kot med obema deloma vsake noge in vodoravnico $\varphi = 50^\circ$ (glej sliko)?
- S kolikšnim navorom in v kateri smeri (v smeri urinega kazalca ali v nasprotni smeri) morajo v kolku delovati mišice, da preprečijo zdrs počivalnika, če je koeficient lepenja med počivalnikom in podlago 0,2 in kot med obema deloma vsake noge in vodoravnico 30° ?

Skupina II

1. V vezju na sliki je napetost vira $U = 24\text{ V}$, upori upornikov so $R_1 = R_2 = R_3 = 100\text{ k}\Omega$ in kapacitete kondenzatorjev $C_1 = C_2 = 1000\text{ }\mu\text{F}$ ter $C_3 = 4700\text{ }\mu\text{F}$.

- a) Kolikšni so naboji na posameznih kondenzatorjih?
 b) Kolikšni so ti naboji takoj po tem, ko vir odklopimo in priključka, kjer je bil vezan vir, kratko sklenemo?



2. Zračno plovilo na vroč zrak (toplozračni balon) sestavljajo košara, gorilnik in ogrodje, ki imajo skupaj maso $m_k = 200\text{ kg}$, ter balon, ki je narejen iz najlonske tkanine z gostoto $\rho_t = 1100\text{ kg/m}^3$, toplotno prevodnostjo $\lambda = 0,3\text{ W/m K}$ ter debelino $d = 0,1\text{ mm}$. Balon je okrogle oblike s polmerom $r = 9\text{ m}$. Tkanina je obdelana tako, da ne prepušča zraka, in prenese temperaturo do $T_1 = 100\text{ }^\circ\text{C}$. Predpostavi, da se v balonu zadržuje samo vroč zrak, ki ga segreva gorilnik, brez izpušnih plinov gorilnika. Tlak zraka znotraj in zunaj balona je $p_0 = 1\text{ bar}$. Temperatura okoliškega zraka je $T_0 = 25\text{ }^\circ\text{C}$.

- a) Kolikšna je največja masa bremena, ki ga smemo naložiti v košaro, da plovilo še lebdi?

V najpreprostejšem približku balon oddaja energijo v okolico sorazmerno z razliko med temperaturo zunanje površine balona T in temperaturo okoliškega zraka T_0 . Gostoto toplotnega toka lahko zapišemo kot $j = \alpha(T - T_0)$, kjer je sorazmernostni koeficient $\alpha = 6\text{ W/m}^2\text{K}$. Ker je tkanina, iz katere je balon, zelo tenka, je razlika temperatur površine tkanine znotraj in zunaj balona $\Delta T = T_v - T$ veliko manjša od razlike med temperaturo vročega zraka v balonu T_v in okoliškega zraka T_0 .

- b) V košari je breme z maso $m_0 = 300\text{ kg}$. Kolikšna je temperatura zraka v balonu T_v , da plovilo lebdi? Kolikšen toplotni tok gorilnik tedaj dovaja zraku v balonu?
 c) Kolikšna je v primeru b) razlika temperatur notranje in zunanje površine tkanine, iz katere je balon?

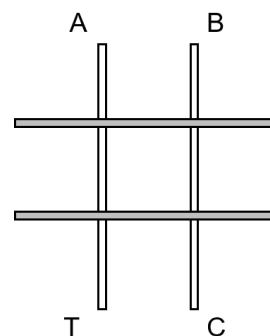
3. Ione z osnovnim nabojem pospešujemo s konstantno napetostjo U_0 . Odklanjamo jih v prečnem homogenem električnem in prečnem homogenem magnetnem polju. Gostota magnetnega polja je $0,10\text{ T}$, jakost električnega polja pa tolikšna, da se ioni ^{12}C ravno ne odklonijo. Kolikšna je pospeševalna napetost U_0 , da se ioni ^{14}C v istem magnetnem in električnem polju odklonijo za 2 mm , ko prepotujejo razdaljo prvih 20 cm od vstopa v področje, kjer sta polji?

Iz masnega števila A izračunamo maso atoma kot $m = Au$, kjer je $u = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ atomska masna enota. Masno število A za atom ^{12}C je 12 in za ^{14}C 14.

Prosim, obrni list, na drugi strani je še ena naloga.

4. Štiri enako dolge žice zvarimo v pravilno mrežo, da se stikajo ravno na tretjinah svojih dolžin, kot kaže slika. Žice so iz dveh različnih snovi. Specifični upor navpičnih žic (snov 1) označimo z ζ_1 , specifični upor vodoravnih žic (snov 2) z ζ_2 . Posamezna žica je dolga $l = 30$ cm in ima polmer $r = 0,05$ mm. Če med točki T in A priključimo vir napetosti $U = 1$ V z zanemarljivim notranjim uporom, teče skozi vir tok $I_A = 1,56$ A. Ko isti vir vezemo med točki T in B, teče skozi vir tok $I_B = 0,52$ A.

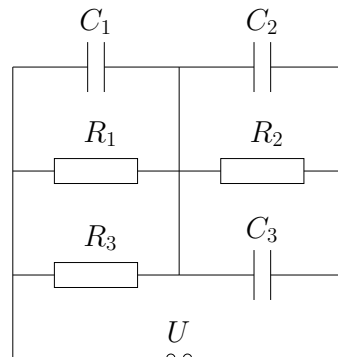
- a) Kolikšna sta specifična upora ζ_1 in ζ_2 ?
- b) Kolikšen tok teče skozi isti vir, ko ga priključimo med točki T in C?



Skupina III

1. V vezju na sliki je napetost vira $U = 24\text{ V}$, upori upornikov so $R_1 = R_2 = R_3 = 100\text{ k}\Omega$ in kapacitete kondenzatorjev $C_1 = C_2 = 1000\text{ }\mu\text{F}$ ter $C_3 = 4700\text{ }\mu\text{F}$.

- Kolikšni so naboji na posameznih kondenzatorjih?
- Kolikšni so ti naboji takoj po tem, ko vir odklopimo in priključka, kjer je bil vezan vir, kratko sklenemo?
- Kolikšni so tedaj tokovi skozi posamezne upornike?



2. Zračno plovilo na vroč zrak (toplozračni balon) sestavljajo košara, gorilnik in ogrodje, ki imajo skupaj maso $m_k = 200\text{ kg}$, ter balon, ki je narejen iz najlonske tkanine z gostoto $\rho_t = 1100\text{ kg/m}^3$, toplotno prevodnostjo $\lambda = 0,3\text{ W/mK}$ ter debelino $d = 0,1\text{ mm}$. Balon je okrogle oblike s polmerom $r = 9\text{ m}$. Tkanina je obdelana tako, da ne prepušča zraka, in prenese temperaturo do $T_1 = 100\text{ }^\circ\text{C}$. Predpostavi, da se v balonu zadržuje samo vroč zrak, ki ga segreva gorilnik, brez izpušnih plinov gorilnika. Tlak zraka znotraj in zunaj balona je $p_0 = 1\text{ bar}$. Temperatura okoliškega zraka je $T_0 = 25\text{ }^\circ\text{C}$.

- Kolikšna je največja masa bremena, ki ga smemo naložiti v košaro, da plovilo še lebdi?

Balon oddaja energijo v ozračje prek konvekcije in sevanja. Gostota toplotnega toka zaradi konvekcije je sorazmerna z razliko med temperaturo zunanje površine balona T in okoliškega zraka T_0 , $j = \alpha(T - T_0)$, kjer je $\alpha = 3\text{ W/m}^2\text{K}$ konvekcijska konstanta. Zunanja površina balona ima odbojnost (albedo) $a = 0,7$. Ker je tkanina, iz katere je balon, zelo tenka, je razlika temperatur površine tkanine znotraj in zunaj balona $\Delta T = T_v - T$ veliko manjša od razlike med temperaturo vročega zraka v balonu T_v in okoliškega zraka T_0 .

- Oceni, kolikšna je v primeru a) razlika temperatur notranje in zunanje površine tkanine, iz katere je balon.
- V košari je breme z maso $m_0 = 300\text{ kg}$. Kolikšna je temperatura zraka v balonu T_v , da plovilo lebdi? Kolikšen toplotni tok gorilnik tedaj dovaja zraku v balonu?

3. Metka najde dve tanki leči, ki imata enak premer, a je videti, da imata različne optične lastnosti. Na krajišče kartonaste valjaste cevi z dolžino 10 cm pritrdi prvo lečo, da optična os leče sovpada s simetrijsko osjo cevi. Ko lečo obrne navzgor proti Soncu, da je os cevi poravnana s sončnimi žarki, pri nobeni oddaljenosti od spodnjega krajišča cevi ne uspe zbrati sončne svetlobe. Krajišče, kjer je prva leča, označi s številko 1 in na spodnje krajišče, ki ga označi s številko 2, pritrdi drugo lečo. Tudi drugo lečo pritrdi tako, da optična os sovpada s simetrijsko osjo cevi. Ko Metka zdaj obrne cev, da je optična os vzporedna svetlobi, ki prihaja od Sonca, in je proti Soncu obrnjeno krajišče 1, se na nasprotni strani sončna svetloba zbere na razdalji 4 cm od krajišča 2. Ko cev obrne, da je proti Soncu obrnjeno krajišče 2, se sončna svetloba zbere na razdalji 6 cm od krajišča 1.

- Kolikšni sta goriščni razdalji leče na krajišču 1 in leče na krajišču 2?
- Metka nato 20 cm pred krajišče 1 postavi svečo z $2,8\text{ cm}$ visokim plamenom. Optična os leč je vodoravna, plamen se nahaja na optični osi. Kje nastane slika plamena in kako velika je?

Prosim, obrni list, na drugi strani je še ena naloga.

4. Na vsako krajišče lahke vzmeti, ki ima neobremenjena dolžino 100 cm in prožnostni koeficient $5,0 \text{ N/m}$, je pritrjena utež z maso $0,40 \text{ kg}$. Eno utež držimo, druga pa visi pod njo na vzmeti, ki ju povezuje. Uteži mirujeta, vzmet med utežema je navpična. V nekem trenutku spustimo zgornjo utež. Zračni upor zanemari.
- a) S kolikšno frekvenco nihata uteži med prostim padom?
 - b) Skiciraj graf, ki prikazuje, kako se razdalja med utežema spreminja s časom. Čas merimo od trenutka, ko zgornjo utež spustimo iz rok. Na grafu označi osi in enote ter podatke značilnih točk.
 - c) Določi lego zgornje in lego spodnje uteži glede na prvotno lego zgornje uteži $0,2 \text{ s}$ po tem, ko zgornjo spustimo.