

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

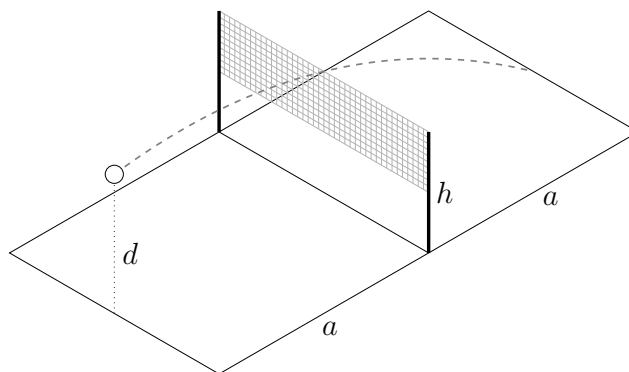
Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis, kopiranje in uporabo gradiva v tem dokumentu za potrebe učiteljev pri pouku, šolskih krožkih in drugih aktivnostih na šoli, povezanimi s tekmovanji v organizaciji DMFA Slovenije. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Referenčna koda datoteke je zapisana ob vsaki strani tega dokumenta.

Skupina I

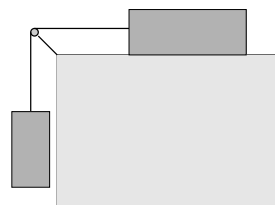
1. Odbojkar udari žogo točno nad sredino zadnje črte igrišča na višini $d = 3,05$ m. Igrišče ima obliko pravokotnika, ki ga mreža deli na dve kvadratni polji s stranico $a = 9,00$ m, višina zagornjega roba mreže je $h = 2,45$ m. Pri vseh vprašanih privzemi, da je žoga točkasto telo.

- V prvem poskusu odleti žoga po udarcu v vodoravni smeri s tolikšno začetno hitrostjo, da bi ravno zadela sredino zadnje črte nasprotnega polja. Kolikšna je začetna hitrost žoge?
- Ali v primeru a) žoga preleti mrežo? Odgovor utemelji z računom.
- Na kolikšni višini točno nad sredino zadnje črte mora odbojkar udariti žogo v vodoravni smeri, da bo sredino igrišča prečkala tik nad mrežo in padla na tla ravno na sredini zadnje črte nasprotnega polja?



2. Utež z maso 2 kg je z lahko prožno vrvico preko lahkega škripca povezana s klado z maso 4 kg, ki miruje na vodoravni površini mize kot kaže slika. Prožnostni koeficient vrvice je 100 N/m, koeficient lepenja med klado in mizo je $0,3$, koeficient trenja pa $0,2$. Utež najprej podpiramo z roko ravno toliko, da je vrvica med klado in škripcem vodoravna in med škripcem in utežjo navpična, a ni napeta. Roko umaknemo in utež začne padati.

- Za kolikšno višino se spusti utež do trenutka, ko se prične klada premikati?
- Kolikšen je v tem trenutku pospešek uteži?
- Kolikšen je takrat pospešek klade?



3. V merilnem valju z notranjim polmerom 9 cm sega voda do višine 20 cm. Žoga iz porozne snovi je ravno toliko manjša od valja, da se še lahko neovirano premika znotraj valja (v računih za polmer žoge vzemi kar 9 cm). Porozna snov je prepletena z mnogo med seboj povezanimi kanalčki (porami) različnih dolžin in premerov, stene por so iz snovi z določeno gostoto. Primer porozne snovi je spužvasta goba za pomivanje. Voda lahko počasi pronica v ali skozi porozno snov. Ko je žoga iz porozne snovi suha, pore napolnjuje zrak. Ko je žoga dovolj dolgo v vodi, pore napolni voda, ki izrine ves zrak.

- Suho žogo počasi spustimo v vodo v valju. Ko v žogo še ne prodre nič vode, je potopljena do polovice. Na kolikšni višini nad dnom valja je takrat najvišja točka na žogi?
- V žogo pronica voda in po dolgem času je potopljena na dnu valja. Takrat sega voda do višine 24 cm. Izračunaj delež prostornine žoge, ki ga predstavljajo pore.
- Kolikšna je gostota snovi, iz katere so stene por?
- Ko damo suho žogo v vodo (vprašanje a), v žogo pronica voda in žoga počasi tone. Do kolikšne višine sega voda v trenutku, ko je žoga tik pod gladino?

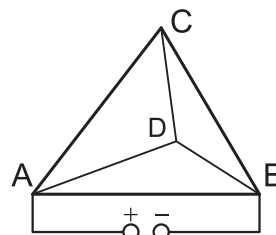
Skupina II

1. Matic živi v pritlični hiši z dvema enakima stanovanjema. Stanovanji med seboj deli notranja stena z debelino 15 cm in površino 20 m^2 . Preostale stene Matičevega stanovanja s površino 60 m^2 in strop s površino 64 m^2 mejijo z zunanostjo. Debelina stropa in zunanjih sten je 20 cm. Zunanja temperatura je $0 \text{ }^\circ\text{C}$, v sosednjem stanovanju je temperatura ves čas $24 \text{ }^\circ\text{C}$. Toplotne izgube skozi tla zanemari. Toplotna prevodnost notranje stene je $1,2 \text{ W/mK}$, zunanjih sten in stropa $0,07 \text{ W/mK}$.

- S kolikšno močjo greje peč v Matičevem stanovanju, da je v njem stalna temperatura $24 \text{ }^\circ\text{C}$?
- Zaradi podražitve ogrevanja se Matic odloči, da bo znižal temperaturo v stanovanju na $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Sosed se za znižanje temperature v svojem stanovanju ne odloči. Za koliko odstotkov se zmanjša moč peči v Matičevem stanovanju?
- Matic se domisli varčevanja na račun sosednjega stanovanja. Skozi notranjo steno, ki si jo deli s sosedom, izvrti luknje pravokotno na steno in vanje vstavi valjaste železne palice s prečnim presekom 10 cm^2 in z dolžino, ki je enaka debelini notranje stene. Najmanj koliko palic mora vstaviti v steno, da bo v svojem stanovanju ohranjal temperaturo vsaj $20 \text{ }^\circ\text{C}$ in mu ne bo potrebno plačevati ogrevanja? Toplotna prevodnost železa je 80 W/mK .

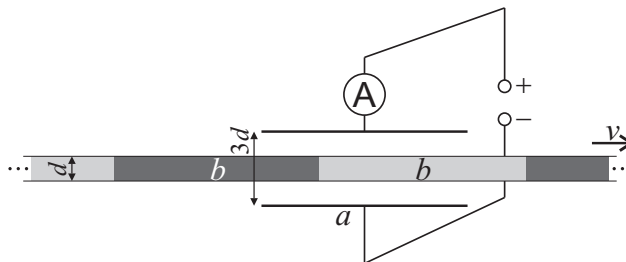
2. Ema šest enakih ravnih vodnikov zvari v tetraeder, da vsak vodnik tvori enega od robov pravilne tristrane piramide, kot kaže slika. Na oglišči A in B priključi vir s stalno napetostjo $0,50 \text{ V}$.

- Ko Ema po nerodnosti pretrga vodnik med ogliščema A in C, je tok skozi vir 400 mA . Kolikšen je upor posameznega vodnika, ki tvori rob piramide?
- Ema krajišči pretrganega vodnika stakne, da ima vodnik med ogliščema A in C spet enak upor kot vsak drug vodnik med oglišči. Razmisli, kolikšen tok teče skozi vodnik med ogliščema C in D. Kolikšen tok teče skozi vir?
- Da ji ne bi bilo potrebno ves čas držati skupaj pretrganih delov vodnika med ogliščema A in C, ju Ema zvari skupaj. Zvarjeni vodnik ima upor $2,8 \Omega$, kar je različno od upora preostalih petih vodnikov. Kolikšen tok sedaj teče skozi vir?



3. Kondenzator sestavljata kvadratni plošči s stranico $a = 10 \text{ cm}$, ki sta razmaknjeni za $3d = 0,3 \text{ mm}$. Kondenzator vežemo v vezje z ampermetrom in virom napetosti $U = 1 \text{ kV}$, kot kaže slika. V kondenzator vstavimo $a = 10 \text{ cm}$ širok trak z debelino $d = 0,1 \text{ mm}$, ki ima izmenične pasove z dielektričnostjo 3 (temno na sliki) in 1 (svetlo na sliki). Slika je v navpični smeri povečana, da se bolje vidi debelina traku d in razmik med ploščama $3d$. Dolžina vsakega pasu (b na sliki) je enaka $b = a = 10 \text{ cm}$; deli traku z enako dielektričnostjo so kvadratne oblike. Trak po širini zapolni ves kondenzator.

- Kolikšna je kapaciteta kondenzatorja, ko je v njem samo del traku z dielektričnostjo 1? Kolikšna je kapaciteta kondenzatorja, ko je v njem samo del traku z dielektričnostjo 3?
- Trak vlečemo s hitrostjo $v = 1 \text{ m/s}$ v vodoravni smeri, kot kaže slika. Kolikšen tok kaže ampermeter?
- Grafično prikaži odvisnost toka od časa. Čas štejemo od trenutka, ko začne v kondenzator vstopati del traku z dielektričnostjo 3.



Skupina III

1. Decembra lani so iz Francoske Gvajane izstrelili v vesolje do zdaj največji vesoljski teleskop imenovan James Webb. Poslali so ga k drugi Lagrangevi točki, imenovani točka L2. Točka L2 leži na premici Zemlja-Sonca na večji oddaljenosti od Sonca kot Zemlja in na takem mestu, da je skupna gravitacijska sila Zemlje in Sonca na telo ravno pravnjuna, da telo kroži okoli Sonca z enakim obhodnim časom kot Zemlja. Ker teleskop energijo za delovanje prejema s sončnimi celicami in je točka L2 ves čas v Zemljini senci, so teleskop utirili v tako imenovano Halo orbito okoli točke L2. Oddaljenost Zemlje od Sonca je mnogo večja od oddaljenosti točke L2 od Zemlje. Polmer Halo orbite teleskopa okoli točke L2 je mnogo manjši od razdalje med točko L2 in Zemljo. Vse orbite so krožne. Vplive gravitacijskih sil Lune in ostalih planetov na gibanje teleskopa zanemari.

- Izračunaj oddaljenost točke L2 od Zemlje.
- Izračunaj obhodni čas teleskopa pri kroženju v Halo orbiti okoli točke L2.

2. Plošča z debelino 5 cm miruje na klancu z naklonom 15° . Koeficient trenja med klancem in ploščo je odvisen od temperature plošče na stiku s podlago T . Odvisnost opišemo z enačbo $k(T) = k_0 T_0 / T$, kjer je $k_0 = 0,3$ in $T_0 = 300$ K stalna zunanja temperatura. Temperaturi v enačbi za $k(T)$ morata biti izraženi v kelvinih. Gostota plošče je 2 kg/dm^3 , toplotna prevodnost plošče je $1,3 \text{ W/m K}$.

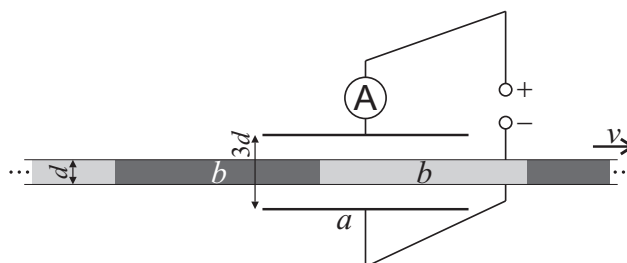
- Ploščo rahlo potisnemo po klancu navzdol. Najmanj kolikšno stalno temperaturo mora imeti, da se ne ustavi?

V drugem primeru ploščo potiskamo s konstantno hitrostjo po klancu navzdol, dokler se v njej ne vzpostavi stacionarno stanje, tedaj je temperatura zgornje ploskve plošče ves čas T_0 , temperatura spodnje ploskve plošče pa se ne spreminja več. Zanemari toplotni tok skozi stranske ploskve plošče. Na spodnji ploskvi prehaja v ploščo polovica toplote, ki se sprošča zaradi dela sile trenja.

- Najmanj kolikšna mora biti hitrost plošče, da se ne začne ustavljati, ko jo prenehamo potiskati?

3. Kondenzator sestavljata kvadratni plošči s stranico $a = 10$ cm, ki sta razmaknjeni za $3d = 0,3$ mm. Kondenzator vezemo v vezje z ampermetrom in virom napetosti $U = 1$ kV, kot kaže slika. V kondenzator vstavimo $a = 10$ cm širok trak z debelino $d = 0,1$ mm, ki ima izmenične pasove z dielektričnostjo 3 (temno na sliki) in 1 (svetlo na sliki). Slika je v navpični smeri povečana, da se bolje vidi debelina traku d in razmik med ploščama $3d$. Dolžina vsakega pasu (b na sliki) je enaka $b = a = 10$ cm; deli traku z enako dielektričnostjo so kvadratne oblike. Trak po širini zapolni ves kondenzator.

- Kolikšna je kapaciteta kondenzatorja, ko je v njem samo del traku z dielektričnostjo 1? Kolikšna je kapaciteta kondenzatorja, ko je v njem samo del traku z dielektričnostjo 3?
- Trak vlečemo s hitrostjo $v = 2$ m/s v vodoravni smeri, kot kaže slika. Kolikšen tok kaže ampermeter?



- Grafično prikaži odvisnost toka od časa. Čas štejemo od trenutka, ko začne v kondenzator vstopati del traku z dielektričnostjo 3.
- Na drugem grafu prikaži odvisnost toka od časa za primer, ko je dolžina delov traku s konstantno dielektričnostjo enaka $b = 2a$.