

1. domača naloga

- (1) Preslikavo $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = \frac{2z-1}{3z+i}$ zapiši kot realno preslikavo iz \mathbb{R}^2 v \mathbb{R}^2 . Poišči inverz f .
- (2) Preveri, ali je naslednja funkcija holomorfná

$$f(x + iy) = e^{x^2 - y^2} ((x \cos(2xy) + y \sin(2xy)) + i(y \cos(2xy) - x \sin(2xy))).$$

Zapiši funkcijo $f(z)$ z z in \bar{z} namesto x in y .

- (3) Poišči realni konstanti a in b , da bo funkcija

$$f(x + iy) = y + bxy + i(ax + x^2 - y^2)$$

holomorfná na svojem definicijskem območju. Pri tako izbranih konstantah a in b zapiši funkcijo v obliki $f(z)$.

- (4) Naj bo tako funkcija $f(z)$ kot tudi funkcija $\overline{f(\bar{z})}$ holomorfná na območju $D \subset \mathbb{C}$. Pokaži, da je f konstanta.

- (5) Naj bo $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ holomorfná funkcija. Pokaži, da velja

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \text{ in } \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0.$$

To pomeni, da sta u in v harmonični funkciji.

- (6) Poišči vse rešitve enačbe $\sin z = 1 + i$.

- (7) Pokaži, da velja enakost $|\operatorname{sh}(x + iy)|^2 = \operatorname{sh}^2 x + \sin^2 y$.