

Osnove matematične analize

1. kolokvij
13. november 2024

1. (12 točk) Naj bo F_n n -ti člen Fibonaccijevega zaporedja, definirane kot

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1 \quad \text{in} \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{za} \quad n \geq 2.$$

- (a) Z matematično indukcijo dokažite, da velja neenakost

$$F_{n+1} \leq 2^n \quad \text{za vse } n \geq 0.$$

- (b) Z matematično indukcijo dokažite, da velja enakost

$$F_{n-1} \cdot F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n \quad \text{za vse } n \geq 1.$$

2. (8 točk) Dokažite, da je število $\log_6(10)$ iracionalno.

3. (10 točk) Dana je množica

$$\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| + |x + 1| < 9\}.$$

Dokažite, da je množica \mathcal{A} omejena in ji poiščite supremum in infimum. Ali obstajata tudi maksimum oziroma minimum množice \mathcal{A} ?

4. (10 točk) Poiščite vsa kompleksna števila z , ki rešijo enačbo $z^2 = 2\bar{z}$.

5. (10 točk) Poiščite vsa kompleksna števila z , ki rešijo enačbo $z^5 = (1 + i)^7$. Zapišite jih v polarni obliki.

Vsi odgovori morajo biti primerno utemeljeni. Oddajte urejen izdelek.
Veliko uspeha!