

# Osnove matematične analize

2. kolokvij  
15. januar 2025

1. (10 točk) Dano je zaporedje

$$a_n = \frac{n}{n + \left(\frac{1}{2}\right)^n}.$$

- (a) Dokažite, da je zaporedje  $a_n$  naraščajoče in omejeno.  
(b) Izračunajte limito zaporedja. Za število  $\epsilon = 0.01$  poiščite najmanjše naravno število  $n_0$ , z lastnostjo, da za vsak  $n \leq n_0$  člen  $a_n$  leži v  $\epsilon$ -okolici limite.

2. (10 točk) Obravnavajte pogojno in absolutno konvergenco spodnjih vrst.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{2n}\right)^n$ ,

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sqrt{\frac{n+4}{n^2+3}}$ .

3. (10 točk) Dana je funkcija s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \ln(2x-5) + 4 & \text{če } x \leq 3, \\ (x-3)^2 + 5 & \text{če } x > 3. \end{cases}$$

- (a) Določite definicijsko območje  $\mathcal{D}_f$  in zalogo vrednosti  $\mathcal{Z}_f$  funkcije  $f$ .  
(b) Ali je funkcija  $f$  injektivna? Če je, določite inverzno funkcijo funkcije  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathcal{Z}_f$ .

4. (10 točk) Izračunajte spodnji limiti

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+8x} - 3}{1 - \sqrt{x}}$ ,

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1 + \sin^2(x)}{x^2}$ ,

5. (10 točk) Dana je funkcija s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} & \text{če } x < -1, \\ ax + b & \text{če } -1 \leq x \leq 1, \\ \arctan \frac{1}{x-1} & \text{če } x > 1. \end{cases}$$

Določite parametra  $a$  in  $b$ , da bo funkcija zvezna.

Vsi odgovori morajo biti primerno utemeljeni. Oddajte urejen izdelek.  
Veliko uspeha!