



REPUBLIKA SLOVENIJA  
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,  
ZNANOST IN ŠPORT

Univerza v Ljubljani



EVROPSKA UNIJA  
EVROPSKI  
SOCIALNI SKLAD

# Definicija verjetnosti

Verjetnost in statistika, študijsko leto 2017/18

---

doc. dr. Boštjan Kuzman

Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

*Projekt "IKT v pedagoških študijskih programih UL" delno financirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada.*

# Vsebina predavanja

1. Poskus, dogodek, verjetnost
2. Statistična definicija verjetnosti
3. Klasična definicija verjetnosti
4. Geometrijska definicija verjetnosti
5. Aksiomska definicija verjetnosti
6. Osnovne lastnosti verjetnosti
7. Diskretna verjetnost

# Poskus, dogodek, verjetnost

---

Osnovna objekta teorije verjetnosti sta poskus in dogodek.

**Poskus:** proces, ki ga lahko (vsaj načeloma) v nespremenjenih okoliščinah velikokrat ponovimo.

**Dogodek:** pojav, ki se zgodi kot neposredna posledica poskusa.

- **Gotov dogodek** se zgodi pri vsaki ponovitvi poskusa.
- **Nemogoč dogodek** se ne zgodi nikoli.
- **Naključni dogodek** se včasih zgodi, včasih pa ne.

**Verjetnost:** količina, ki meri pogostost naključnih dogodkov.

## Opomba

Nekateri viri uporabljajo izraz *slučajni dogodek*.

# Statistična definicija verjetnosti

---

Denimo, da neki poskus ponovimo  $n$ -krat in vsakič opazujemo, ali se je zgodil naključni dogodek  $A$ .

**Frekvenca dogodka**  $k_n(A)$  je število ponovitev poskusa, pri katerih se je zgodil ta dogodek. Velja  $0 \leq k_n(A) \leq n$ .

**Relativna frekvenca dogodka**  $f_n(A)$  je razmerje med frekvenco in številom ponovitev poskusa:

$$f_n(A) = \frac{k_n(A)}{n}.$$

Velja  $0 \leq f_n(A) \leq 1$ .

Izkušnje kažejo, da se pri velikem številu ponovitev poskusa relativna frekvenca običajno ustali pri neki vrednosti  $p \in [0, 1]$ .

### Statistična definicija verjetnosti

Verjetnost dogodka  $A$  je enaka številu  $p$ , pri katerem se stabilizira relativna frekvenca  $f_n(A)$  pri velikem številu neodvisnih ponovitev poskusa:

$$p \approx \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(A).$$

## Zgled (Rojstva otrok v Sloveniji)

	2015	2016	Skupaj
<i>dečki</i>	10.606	10.366	20.972
<i>vsi</i>	20.641	20.345	40.986
<i>rel. frek.</i>	0.514	0.510	0.512

*Verjetnost, da bo nosečnica povila dečka, je približno 0.51.*

### Zgled (Rojstva otrok v Sloveniji)

	2015	2016	Skupaj
dečki	10.606	10.366	20.972
vsi	20.641	20.345	40.986
rel. frek.	0.514	0.510	0.512

*Verjetnost, da bo nosečnica povila dečka, je približno 0.51.*

### Zgled (Izmerjena verjetnost grba)

*Pri 1000 metih kovanca smo našli 507 padlih grbov. Verjetnost grba je torej približno 0.507.*

Glavna prednost statistične definicije je v tem, da ni potrebno vnaprej poznati vseh možnih izidov poskusa, temveč lahko opazujemo le posamezni dogodek. Statistična definicija verjetnosti pa ima tudi resne omejitve:

- Poskus je treba velikokrat ponoviti v nespremenjenih okoliščinah, kar je možno le izjemoma.
- Definicija in dobljena verjetnost nista "točni".

Statistična verjetnost se imenuje tudi **aposteriorna verjetnost**, ker jo določimo naknadno, po izvedbi poskusa.

Verjetnost, ki jo določimo vnaprej, pa se imenuje **apriorna verjetnost**.

# Klasična definicija verjetnosti

---

## Zgled

*Vržemo običajno igralno kocko. Kakšna je verjetnost, da pade 5 ali več pik?*

## Zgled

*Vržemo običajno igralno kocko. Kakšna je verjetnost, da pade 5 ali več pik?*

*Zdi se nam, da je verjetnost enaka  $2/6$  oziroma  $1/3$ . Ali lahko to potrdimo z eksperimentom?*

## Klasična definicija verjetnosti

Denimo, da za opazovani poskus velja naslednje:

- Vse možne izide lahko predvidimo vnaprej.
- Vseh izidov je končno število.
- Vsi izidi so enako verjetni.

Potem je verjetnost dogodka  $A$  enaka razmerju med številom za dogodek  $A$  ugodnih izidov in številom vseh možnih izidov:

$$P(A) = \frac{\text{št. ugodnih izidov}}{\text{št. vseh izidov}}.$$

## Zgled (d'Alembertova napaka)

*Francoski matematik Jean le Rond d'Alembert je leta 1753 zapisal, da je verjetnost, da pri metu dveh kovancev pade vsaj en grb, enaka  $2/3$ . Kje se je zmotil?*

## Zgled (d'Alembertova napaka)

*Francoski matematik Jean le Rond d'Alembert je leta 1753 zapisal, da je verjetnost, da pri metu dveh kovancev pade vsaj en grb, enaka  $2/3$ . Kje se je zmotil?*

*Menil je, da so različni izidi trije (dva grba, grb in cifra, dve cifri), ugodna pa sta le prva dva. Toda pri takem štetju prva dva izida nista enako verjetna!*

## Zgled (d'Alembertova napaka)

*Francoski matematik Jean le Rond d'Alembert je leta 1753 zapisal, da je verjetnost, da pri metu dveh kovancev pade vsaj en grb, enaka  $2/3$ . Kje se je zmotil?*

*Menil je, da so različni izidi trije (dva grba, grb in cifra, dve cifri), ugodna pa sta le prva dva. Toda pri takem štetju prva dva izida nista enako verjetna!*

*Za pravilen rezultat je potrebno pri preštevanju izidov ločiti prvi in drugi kovanec. Možni so štirje, enako verjetni izidi: GG, GC, CG in CC. Pravi odgovor je  $3/4$ .*

Zgled (Vsota pik pri metu dveh kock)

*Kolikšna je verjetnost, da je vsota pik pri metu dveh kock enaka 6?*

## Zgled (Vsota pik pri metu dveh kock)

Kolikšna je verjetnost, da je vsota pik pri metu dveh kock enaka 6?

Da bodo vsi izidi enako verjetni, moramo kocki ločiti na prvo in drugo. Potem lahko vse možne izide zapišemo kot urejene pare.

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)  
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)  
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)  
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)  
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)  
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

Ugodni so obarvani izidi. Verjetnost je torej enaka  $5/36$ .

Zaradi zahteve po končnem številu enako verjetnih izidov je klasična definicija verjetnosti pogosto povsem **neuporabna!**

### Zgled

*Kovanec mečemo, dokler ne pade prvi grb. Možnih izidov je števno neskončno.*

### Zgled

*Vržemo astragali. Izidi niso enako verjetni (dve od štirih figur imata verjetnost približno 0.1, drugi dve pa približno 0.4 vsaka).*

### Zgled

*Izberemo naključno točko na daljici. Možnih izidov je neštevno neskončno.*

# Geometrijska definicija verjetnosti

---

### Zgled (Naključna točka na intervalu)

*Denimo, da na intervalu  $[0, 3]$  naključno izberemo točko  $x$ . Kakšna je verjetnost, da bo  $x \leq 1$ ?*

### Zgled (Naključna točka na intervalu)

*Denimo, da na intervalu  $[0, 3]$  naključno izberemo točko  $x$ . Kakšna je verjetnost, da bo  $x \leq 1$ ?*

*Namesto preštevanja točk lahko velikost celotnega in ugodnega območja merimo z dolžino intervala. Dobimo verjetnost  $1/3$ .*

## Zgled (Met kovanca na mrežo)

*Kovanec s polmerom 2 cm mečemo na kvadratno mrežo s črtami v razmiku 10 cm. Kakšna je verjetnost, da kovanec ne seka mreže?*

## Zgled (Met kovanca na mrežo)

Kovanec s polmerom 2 cm mečemo na kvadratno mrežo s črtami v razmiku 10 cm. Kakšna je verjetnost, da kovanec ne seka mreže?

- Lega kovanca je določena z lego središča.
- Središče leži nekje v kvadratu  $K = [0, 10] \times [0, 10]$ .
- Kovanec ne seka mreže, če središče leži v manjšem kvadratu  $K' = [2, 8] \times [2, 8]$ .
- Velikost ugodnega in celotnega območja lahko merimo s ploščino.
- Sledi  $P = \frac{pl(K')}{pl(K)} = \frac{36}{100} = 0.36$ .

## Geometrijska definicija verjetnosti

Če je množica  $S$  možnih izidov poskusa neskončna podmnožica v  $\mathbb{R}^n$  za  $n = 1, 2, 3$ , potem je verjetnost dogodka  $A$  enaka razmerju med mero ugodne in celotne množice izidov:

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(S)},$$

kjer je  $\mu$  (končna) dolžina, ploščina ali prostornina ustreznih množic v  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}^2$  oziroma  $\mathbb{R}^3$ .

Z geometrijsko definicijo verjetnosti lahko rešimo vrsto zanimivih problemov.

### **Zgled (Srečanje na vrhu)**

*Ana in Bine bosta neodvisno osvojila vrh Triglava jutri med 8. in 10. uro. Kakšna je verjetnost, da se na vrhu srečata, če bo vsak od njiju na vrhu pol ure počival?*

Z geometrijsko definicijo verjetnosti lahko rešimo vrsto zanimivih problemov.

### **Zgled (Srečanje na vrhu)**

*Ana in Bine bosta neodvisno osvojila vrh Triglava jutri med 8. in 10. uro. Kakšna je verjetnost, da se na vrhu srečata, če bo vsak od njiju na vrhu pol ure počival?*

*Odgovor je  $7/16$ .*

### **Zgled (Trikotnik iz zlomljene palice)**

*Ravno palico prelomimo v dveh naključno izbranih točkah. Kakšna je verjetnost, da lahko iz dobljenih kosov sestavimo trikotnik?*

Z geometrijsko definicijo verjetnosti lahko rešimo vrsto zanimivih problemov.

### **Zgled (Srečanje na vrhu)**

*Ana in Bine bosta neodvisno osvojila vrh Triglava jutri med 8. in 10. uro. Kakšna je verjetnost, da se na vrhu srečata, če bo vsak od njiju na vrhu pol ure počival?*

*Odgovor je  $7/16$ .*

### **Zgled (Trikotnik iz zlomljene palice)**

*Ravno palico prelomimo v dveh naključno izbranih točkah. Kakšna je verjetnost, da lahko iz dobljenih kosov sestavimo trikotnik?*

*Odgovor je  $1/4$ .*

Z geometrijsko definicijo verjetnosti lahko rešimo vrsto zanimivih problemov.

### **Zgled (Srečanje na vrhu)**

*Ana in Bine bosta neodvisno osvojila vrh Triglava jutri med 8. in 10. uro. Kakšna je verjetnost, da se na vrhu srečata, če bo vsak od njiju na vrhu pol ure počival?*

*Odgovor je  $7/16$ .*

### **Zgled (Trikotnik iz zlomljene palice)**

*Ravno palico prelomimo v dveh naključno izbranih točkah. Kakšna je verjetnost, da lahko iz dobljenih kosov sestavimo trikotnik?*

*Odgovor je  $1/4$ .*

Z geometrijsko definicijo verjetnosti lahko rešimo vrsto zanimivih problemov.

### **Zgled (Srečanje na vrhu)**

*Ana in Bine bosta neodvisno osvojila vrh Triglava jutri med 8. in 10. uro. Kakšna je verjetnost, da se na vrhu srečata, če bo vsak od njiju na vrhu pol ure počival?*

*Odgovor je  $7/16$ .*

### **Zgled (Trikotnik iz zlomljene palice)**

*Ravno palico prelomimo v dveh naključno izbranih točkah. Kakšna je verjetnost, da lahko iz dobljenih kosov sestavimo trikotnik?*

*Odgovor je  $1/4$ .*

Tudi geometrijska definicija verjetnosti pa ima nekatere omejitve. Glej tudi Bertrandov paradoks.

# Aksiomatska definicija verjetnosti

---

## Aksiomska definicija verjetnosti (Kolmogorov, 1933):

Verjetnostni prostor je urejena trojica  $(S, \mathcal{F}, P)$ , ki jo sestavljajo:

- **Prostor izidov**  $S$ , ki je poljubna neprazna množica.
- **Prostor dogodkov**  $\mathcal{F}$ , ki je taka družina podmnožic množice  $S$ , da zanjo velja;
  1.  $\emptyset \in \mathcal{F}$ .
  2. Če je  $A \in \mathcal{F}$ , je tudi komplement  $\bar{A} \in \mathcal{F}$ .
  3. Če so  $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$ , potem je tudi  $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$ .

Družino  $\mathcal{F}$  s takimi lastnostmi imenujemo tudi  **$\sigma$ -algebra** nad  $S$ .

- **Verjetnost**  $P$ , ki je preslikava  $\mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$  z naslednjimi lastnostmi:
  1. **Nenegativnost:**  $P(A) \geq 0$  za vse  $A \in \mathcal{F}$ .
  2. **Normiranost:**  $P(S) = 1$ .
  3. **Števena aditivnost:** če so  $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$  paroma disjunktne množice, potem je  $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ .

Za našo obravnavo bo večinoma zadoščala.

### Poenostavljena aksiomska definicija verjetnosti

Verjetnostni prostor je urejeni par  $(S, P)$ , kjer sta prostor izidov  $S$  in verjetnost  $P$  definirana kot prej, prostor dogodkov  $\mathcal{F}$  pa je enak potenčni množici  $\mathcal{P}(S)$ .

# Slovar izrazov

Oznaka	Verjetnost	Množice
$S$	prostor izidov	neprazna množica
$a, b, \dots \in S$	izidi	elementi množice
$\mathcal{P}(S)$	prostor dogodkov	potenčna množica
$A, B, \dots \subseteq S$	dogodki	podmnožice
$\{a\} \subseteq S$	elementarni dogodek	singleton
$B \subseteq A$	poddogodek dogodka $A$	podmnožica v $A$
$\emptyset$	prazen dogodek	prazna množica
$\bar{A}$ oz. $A^c$	nasprotni dogodek od $A$	komplement množice
$A \cup B$	unija oz. vsota dogodkov	unija podmnožic
$A \cap B$ oz. $AB$	preseki oz. produkti dogodkov	preseki podmnožic
$A \cap B = \emptyset$	nezdr. oz. ločena dogodka	disjunktni podmnožici

## Opomba

Zapis  $P(\{a\})$  za verjetnost elementarnega dogodka običajno krajšamo v  $P(a)$ .

Zgled (Dodaj)

## Izrek (Klasična definicija kot poseben primer aksiomske)

Naj bo  $S$  končna množica izidov nekega poskusa in naj bo  $A \subseteq S$  neki dogodek. Če definiramo

$$P(A) = \frac{|A|}{|S|},$$

potem je preslikava  $P: \mathcal{P}(S) \rightarrow [0, 1]$  verjetnost, ki se ujema z verjetnostjo iz klasične definicije

## Izrek (Klasična definicija kot poseben primer aksiomske)

Naj bo  $S$  končna množica izidov nekega poskusa in naj bo  $A \subseteq S$  neki dogodek. Če definiramo

$$P(A) = \frac{|A|}{|S|},$$

potem je preslikava  $P: \mathcal{P}(S) \rightarrow [0, 1]$  verjetnost, ki se ujema z verjetnostjo iz klasične definicije

### Dokaz.

Očitno je  $P(A) \geq 0$ , torej je  $P$  nenegativna. Ker je  $P(S) = \frac{|S|}{|S|} = 1$ , je tudi normirana. Ker je  $S$  končna, je  $P$  tudi števno aditivna (premisli) in torej verjetnost po aksiomatski definiciji. Ker je  $|A|$  enaka številu ugodnih izidov,  $|S|$  pa številu vseh izidov, se  $P$  ujema z verjetnostjo po klasični definiciji.  $\square$

Podobno lahko ugotovimo, da so tudi geometrijske definicije verjetnosti le poseben primer aksiomske.

# Osnovne lastnosti verjetnosti

---

## Trditev (Osnovne lastnosti verjetnosti)

Naj bo  $(P, S)$  neki verjetnostni prostor. Potem velja:

(a)  $P(\emptyset) = 0$ .

(b) Za nezdružljiva dogodka  $A, B \subseteq S, A \cap B = \emptyset$ , velja

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Splošneje, če so  $A_1, \dots, A_n \subseteq S$  paroma disjunktni dogodki, potem velja

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

(c)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

(d) Za vse  $A \subseteq S$  velja  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

(e)  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ .

(f)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

(g) Če je  $A \subseteq B$ , potem je  $P(A) \leq P(B)$ .

## Dokaz.

- (a) Denimo, da je  $P(\emptyset) = \alpha$  za neko število  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Za zaporedje paroma disjunktnih množic  $A_i = \emptyset$  velja  $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \emptyset$  in zato

$$P(\emptyset) = P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha,$$

kar je konvergentno le za  $\alpha = 0$ .

- (b) Trditev za  $n$  množic sledi iz prejšnje trditve in tretjega aksioma verjetnosti, če zaporedje  $A_1, \dots, A_n$  dopolnimo s praznimi množicami  $A_{n+1} = A_{n+2} = \dots = \emptyset$ .

- (c) Ker sta  $A$  in  $\bar{A}$  nezdružljiva dogodka, po prejšnji točki sledi

$$1 = P(S) = P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}).$$

- (d) Ker je  $P(A)$  in  $P(\bar{A}) \geq 0$  po prvem aksiomu verjetnosti, trditev sledi iz prejšnje točke.

Podobno dokažemo preostale točke.

□

## Zgled (Dva dogodka)

Naj za dogodka  $A$  in  $B$  velja  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$  in  $P(A \cap B) = 0.2$ .

Potem velja:

- Verjetnost, da se zgodi vsaj eden od  $A$  ali  $B$ , je enaka

## Zgled (Dva dogodka)

Naj za dogodka  $A$  in  $B$  velja  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$  in  $P(A \cap B) = 0.2$ .

Potem velja:

- Verjetnost, da se zgodi vsaj eden od  $A$  ali  $B$ , je enaka  $P(A \cup B) = 0.3 + 0.5 - 0.2 = 0.6$ .
- Verjetnost, da se ne zgodi noben od dogodkov  $A$  ali  $B$ , je enaka

## Zgled (Dva dogodka)

Naj za dogodka  $A$  in  $B$  velja  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$  in  $P(A \cap B) = 0.2$ .

Potem velja:

- Verjetnost, da se zgodi vsaj eden od  $A$  ali  $B$ , je enaka  
 $P(A \cup B) = 0.3 + 0.5 - 0.2 = 0.6$ .
- Verjetnost, da se ne zgodi noben od dogodkov  $A$  ali  $B$ , je enaka  
 $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.4$ .
- Verjetnost, da se zgodi le  $A$ , pa je enaka

## Zgled (Dva dogodka)

Naj za dogodka  $A$  in  $B$  velja  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$  in  $P(A \cap B) = 0.2$ .

Potem velja:

- Verjetnost, da se zgodi vsaj eden od  $A$  ali  $B$ , je enaka  
 $P(A \cup B) = 0.3 + 0.5 - 0.2 = 0.6$ .
- Verjetnost, da se ne zgodi noben od dogodkov  $A$  ali  $B$ , je enaka  
 $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.4$ .
- Verjetnost, da se zgodi le  $A$ , pa je enaka  
 $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.1$ .

# Diskretna verjetnost

---

Če je prostor izidov končna ali števno neskončna množica, govorimo o **diskretni verjetnosti**.

### Izrek (Diskretna (točkasta) verjetnost)

*Diskretno verjetnost natanko določajo verjetnosti posameznih izidov. Natančneje, naj bo  $S = \{a_1, a_2, \dots\}$  končna ali števno neskončna množica izidov. Tedaj za vsako zaporedje števil  $p_1, p_2, \dots$ , z lastnostjo  $p_i \in [0, 1]$  in  $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$  obstaja natanko ena verjetnost  $P$  z lastnostjo  $P(a_i) = p_i$  za vse  $i$ .*

## Dokaz.

Pri danih pogojih lahko verjetnost dogodka  $A \subseteq S$  definiramo z (neskončno) vrsto

$$P(A) = \sum_{i: a_i \in A} p_i.$$

Potem je očitno  $P(A) \geq 0$  (nenegativnost) in  $P(S) = 1$  (normiranost). Za dokaz števne aditivnosti predpostavimo, da je  $A_1, A_2, \dots$  zaporedje paroma disjunktnih množic z unijo  $A$ . Po definiciji  $P$  sledi

$$P\left(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j\right) = P(A) = \sum_{i: a_i \in A} p_i = \sum_{j=1}^{\infty} \left( \sum_{i: a_i \in A_j} p_i \right) = \sum_{j=1}^{\infty} P(A_j),$$

torej je  $P$  res verjetnost.

Premislimo še enoličnost. Če je  $P'$  neka druga verjetnost, ki prav tako ustreza pogoju  $P'(a_i) = p_i$  za vse  $i$ , potem mora za vsak dogodek  $A$  veljati  $P'(A) = \sum_{i: a_i \in A} p_i$ , kar pomeni, da je  $P = P'$ .  $\square$

### Zgled (Met nepoštenega kovanca)

*Met nepoštenega kovanca lahko matematično obravnavamo tako, da definiramo prostor izidov  $S = \{g, c\}$  ter verjetnosti  $P(g) = p$ , kjer je  $p \in [0, 1]$  poljubno število, in  $P(c) = 1 - p = q$ . Ker je  $p + q = 1$ , smo po izreku na ta način natanko določili verjetnost  $P$  in verjetnostni prostor  $(S, P)$ .*

### Zgled (Astragali)

*Pri metu astragalija so možni štirje izidi (konj, ovca, kamela, pes). Denimo, da jih označimo z  $S = \{a, b, c, d\}$ . Če definiramo verjetnost posameznih izidov kot  $P(a) = P(b) = 0.4$  in  $P(c) = P(d) = 0.1$ , potem smo s tem natanko določili verjetnost  $P$  in verjetnostni prostor  $(S, P)$ .*

### Zgled (Enako verjetni izidi)

Če  $S$  vsebuje  $n$  elementov, lahko definiramo  $P(a) = \frac{1}{n}$  za vsak izid  $a \in S$ . Dobljena verjetnost  $P$  se potem ujema s klasično definicijo verjetnosti.

### Zgled (Met kovanca do prvega grba)

Denimo, da mečemo kovanec do prvega grba. Označimo z  $i$  elementarni dogodek, da prvi grb pade v  $i$ -tem metu. Potem je  $S = \{i \mid i \in \mathbb{N}\}$  in verjetnost  $P$  lahko definiramo s predpisom  $P(i) = \frac{1}{2^i}$ .