

VERJETNOST IN STATISTIKA

Pedagoška fakulteta v Ljubljani

IZPIT

19. 1. 2015

1. V vreči imamo 12 kroglic, ki so oštevilčene s številkami od 1 do 12. Šest kroglic je pobarvanih z rdečo, štiri z modro in dve z zeleno barvo. Na koliko različnih načinov lahko vse kroglice pospravimo v tri različne predale, tako da nobeden od predalov ne ostane prazen in da
- so vse kroglice posamezne barve pospravljene v istem predalu?
 - je v vsakem od predalov enako število kroglic?
 - so vse številke kroglic v 1. predalu manjše od vseh števil kroglic v drugem predalu, vse številke kroglic v 2. predalu pa manjše od vseh števil kroglic v 3. predalu?

Vrstnega reda kroglic znotraj predala ne upoštevamo.

2. Naj bo S prostor izidov nekega poskusa. Za dogodke $A, B, C \subset S$ naj velja naslednje:
- verjetnost dogodka A je enaka polovici verjetnosti nasprotnega dogodka,
 - verjetnost dogodka $A \cup B$ je enaka $\frac{1}{2}$,
 - A in C sta neodvisna dogodka,
 - verjetnost dogodka A je enaka polovici verjetnosti dogodka C ,
 - pogojna verjetnost dogodka A pri pogoju $B \cap C$ je enaka 1.

Izračunajte, kolikšna je verjetnost dogodka $A \cup C$, ter kolikšna je verjetnost dogodka $A \cup B \cup C$.

3. V škatli so 4 rdeči in 8 modrih žetonov. Igramo naslednjo igro: najprej vržemo pošteno kocko, nato pa na slepo izvlečemo iz škatle toliko žetonov, kolikor pik na kocki je padlo. Označimo z X število rdečih žetonov, ki jih pri tem izvlečemo.
- Izračunajte verjetnost, da so vsi izvlečeni žetoni modri, če vemo, da so na kocki padle največ 3 pike.
 - Izračunajte verjetnost, da izvlečemo vse 4 rdeče žetone.
 - Predstavite verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X .

Nadaljevanje je na naslednji strani!

4. Zvezna slučajna spremenljivka X ima porazdelitveno funkcijo s predpisom

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 1 - (1 - x)^{\frac{3}{2}} & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & ; x > 1. \end{cases}$$

- a) Izračunajte verjetnostno gostoto $f_X(x)$ slučajne spremenljivke X in skicirajte njen graf.
- b) Izračunajte matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke X .
- c) Izračunajte $\frac{7}{8}$ -kvantil slučajne spremenljivke X .

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 25 točk.