

VERJETNOST IN STATISTIKA

Pedagoška fakulteta v Ljubljani

2. KOLOKVIJ

16. 1. 2015

1. V vreči so 3 bele in 2 črni kroglici. Ana in Bine se igrata sledečo igro: igralec, ki je na vrsti, iz vreče na slepo izbere eno kroglico in jo obdrži. Nato je na vrsti drugi igralec. Zmaga tisti, ki je prvi izvlekel 2 beli kroglici.
 - a) Predstavite prostor izidov tega poskusa. Za vsakega od izidov izračunajte njegovo verjetnost. Kateri od igralcev ima večjo verjetnost zmage, če igro začne Ana?
 - b) Slučajna spremenljivka X naj označuje število črnih kroglic, ki po koncu igre ostanejo v vreči. Predstavite verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X .
 - c) Izračunajte matematično upanje slučajne spremenljivke X .

2. Zvezna slučajna spremenljivka X ima verjetnostno gostoto

$$f_X(x) = \begin{cases} \alpha \sin(\pi x) & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$$

kjer je α neka realna konstanta.

- a) Izračunajte vrednost konstante α in skicirajte graf verjetnostne gostote $f_X(x)$.
 - b) Izračunajte matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke X .
 - c) Izračunajte $\frac{1}{4}$ -kvantil in $\frac{3}{4}$ -kvantil (prvi in tretji kvartil) slučajne spremenljivke X .
3. Porazdelitvena funkcija zvezne slučajne spremenljivke X je dana s

$$F_X(x) = \begin{cases} a(\arctg x + \frac{x}{x^2+1}) & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer.} \end{cases}$$

kjer je a neka realna konstanta.

- a) Koliko je $F_X(1)$? Izračunajte vrednost konstante a .
 - b) Poiščite verjetnostno gostoto slučajne spremenljivke X .
 - c) Izračunajte matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke X .

Nadaljevanje je na naslednji strani!

4. Hkrati mečemo dve pošteni kocki. Označimo z X absolutno vrednost razlike med številoma pik na obeh kockah.

a) Predstavite verjetnostno funkcijo slučajne spremenljivke X .

b) Izračunajte matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke X .

Vse odgovore natančno utemeljite. Vsaka od nalog je vredna 25 točk.