

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU

VAJE 1

Vsebina: matrike in lastnosti matričnih operacij

1. Dani sta matriki $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

- Izpišite elemente $a_{2,1}$, $a_{1,3}$, $b_{2,2}$, $b_{1,2}$, vrstici $a_{2,j}$, $b_{1,j}$, kjer je $j \in \{1, 2, 3\}$, ter stolpce $a_{i,1}$, $a_{i,3}$, $b_{i,2}$, kjer je $i \in \{1, 2, 3\}$.
- Ali je matrika $\lambda \cdot B$, za $\lambda \in \mathbb{R}$ dobro definirana? Utemeljite. Izračunajte $C = -2 \cdot B$.
- Ali je matrika $D = A + B$ dobro definirana? Utemeljite. Če je, jo izračunajte. Izračunajte še $-2A + 3B$.
- Ali je matrika $E = A \cdot B$ dobro definirana? Utemeljite. Če je, jo izračunajte. Izračunajte še $B \cdot A$. Ali je množenje matrik komutativna operacija?

2. Dane so matrike A , B in C in realna parametra $a = -6$ in $b = \frac{7}{3}$. Na konkretnih primerih preverite lastnosti računanja z matrikami.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

- Zapišite matriki A transponirano matriko A^T .
- Preverite, ali za seštevanje matrik velja
 - asociativnost: $(A^T + B) + C = A^T + (B + C)$
 - komutativnost: $B + C = C + B$
- Preverite, ali za množenje matrike s skalarjem veljajo naslednje enakosti
 - $a(AB) = (aA)B = A(aB)$
 - $(a + b)A = aA + bA$
 - $(B + C)a = Ba + Ca$

Prva enakost pove, da je vseeno, kdaj matriko množimo s skalarjem (številom). Drugi dve enakosti povesta, da za množenje matrike s skalarjem veljata oba distributivnostna zakona.

- Preverite, ali za množenje matrik velja
 - asociativnost: $(B \cdot A) \cdot C = B \cdot (A \cdot C)$
 - komutativnost: $AB = BA$
- Preverite, ali za računanje z matrikami veljata oba distributivnostna zakona
 - $A(B + C) = AB + AC$
 - $(B + C)A = BA + CA$

3. Dane so matrike.

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\bullet C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bullet D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet E = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bullet F = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\bullet G = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ -2 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet H = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

- (a) Izračunajte tiste izmed produktov dveh matrik, ki so dobro definirani. Ali kateri dve matriki komutirata?
- (b) Izberite tiste izmed izrazov, ki so dobro definirani in jih izračunajte.

$$A^2 - 3A, \quad CB + 2A, \quad (2I_2 + A)(2B - I_3), \quad BCD$$