

TEHNIŠKA MATEMATIKA

VAJE 3

Vsebina: matrične enačbe, Gaussova eliminacija (reševanje sistema enačb, računanje inverza)

1. Rešite matrične enačbe.

$$(a) \quad 4A - \frac{1}{2}X = 2B, \text{ kjer sta } A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad A^T X - 3X = A, \text{ kjer je } A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad 4X + XA^T = A, \text{ kjer je } A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(d) \quad AX - 2X = BX + B^T, \text{ kjer sta } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Dani so sistemi enačb

$$\begin{array}{rcl} x + 2y - 4z & = & 48 \\ -3x + y + 2z & = & -18 \\ 4x + y - 5z & = & 59 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x - y + 2z & = & 2 \\ 3x - y - 2z & = & 4 \\ 5x - y - 6z & = & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x + y - z & = & 2 \\ -x + y - z & = & 5 \\ 2x + 2y + 2z & = & 1 \end{array}$$

- Izračunajte determinanto matrike koeficientov danega sistema enačb. Kaj nam determinanta pove? S pomočjo Gaussove eliminacije rešite sistem enačb.
- Izberite prvi dve enačbi danega sistema in določite vse rešitve sistema teh dveh enačb.
- Sistemu dodajte enačbo $x + y + z = 1$. Ali je novonastali sistem rešljiv?

3. Dani so sistemi enačb

$$\begin{array}{rcl} x + y - z + w & = & -2 \\ 2x + y - 2z + 3w & = & -5 \\ -3x - y + z + 2w & = & -3 \\ x + y + z - w & = & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x - 2y + 3z - 4w & = & 4 \\ -x + 3y - 4z + 5w & = & -7 \\ x + 3y - 3w & = & 1 \\ -7y + 3z + w & = & -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x + y + z - w & = & 4 \\ 3x - y + 3z - w & = & 2 \\ -2x - 2y + z - w & = & -5 \\ -x - y + z + 2w & = & -5 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} -x + 2y + 2w & = & -1 \\ y + 4z + 3w & = & -5 \\ -2x - y + 2z + 5w & = & -9 \\ 2x + 2y + 3z & = & 0 \end{array}$$

Izračunajte determinanto matrike koeficientov danega sistema enačb. Kaj nam determinanta pove? S pomočjo Gaussove eliminacije rešite sistem enačb.

4. Izračunajte inverze danih matrik z Gaussovo eliminacijo in preverite pravilnost rezultata.

$$\bullet A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad \bullet B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \end{bmatrix} \quad \bullet C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Rešite matrično enačbo $AX = B$, kjer sta $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.

6. Katera od enačb $AX = B$ in $XA = B$ je rešljiva za dani matriki A in B ?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

7. Rešite matrično enačbo $AXB = C$, kjer so

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{bmatrix}.$$