

TEHNIŠKA MATEMATIKA

VAJE 4

Vsebina: lastne vrednosti in lastni vektorji

Neničelni vektor $\vec{v} \in \mathbb{C}^n$ imenujemo **lastni vektor** matrike A za **lastno vrednost** $\lambda \in \mathbb{C}$, če velja $A\vec{v} = \lambda\vec{v}$.

1. Izračunajte lastne vrednosti in lastne vektorje danih matrik.

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \bullet B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \quad \bullet C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \bullet D = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Dana je matrika $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

(a) Izračunajte matriko $B = A^2 - 3I$ in poiščite lastni vrednosti ter lastna vektorja matrike B .

(b) Izračunajte matriko $C = 8(A + A^T)^{-1}$ in poiščite lastni vrednosti ter lastna vektorja matrike C .

3. Izračunajte lastne vrednosti in lastne vektorje danih matrik.

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \bullet B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 12 & -4 & -12 \\ -4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \bullet C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Dani sta matriki $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. Ali je matrika $C = A - 2B^T$

obrnljiva? Izračunajte še lastne vrednosti in lastne vektorje matrike C .