

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. KOLOKVIJ

10. 2. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

- (a) Zapišite logistično diferencialno enačbo in njeno splošno rešitev ter razložite pojem nosilna kapaciteta.
(b) Na otok z nosilno kapaciteto 100 naselimo 10 opic. Po desetih letih je na otoku 30 opic. Izračunajte, čez koliko let bo na otoku 70 opic, če predpostavimo, da lahko populacijo opic na otoku modeliramo z logistično diferencialno enačbo.

- Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}2x + 6z &= 6, \\x + y + 3z &= 5, \\4x + 2y + (9 - \lambda)z &= 16.\end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra λ , za katere velja:

- (a) sistem ima enolično rešitev.
(b) sistem ima neskončno mnogo rešitev.
- (a) Razložite, kaj je homogena linearna diferencialna enačba prvega reda in opišite njeno reševanje. Kaj pomeni variacija konstante?
(b) Poiščite rešitev linearne diferencialne enačbe $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1+\ln x}{x}$ pri začetnem pogoju $y(1) = 0$.
- Poiščite tisto rešitev homogenega sistema linearnih diferencialnih enačb $x' = -6x + 2y$ in $y' = 2x - 6y$, ki zadošča začetnima pogojema $x(0) = 1$ in $y(0) = 2$.

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. IZPIT

10. 2. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

- Razložite, kaj je homogena linearna diferencialna enačba prvega reda in opišite njeno reševanje. Kaj pomeni variacija konstante?
 - Poiščite rešitev linearne diferencialne enačbe $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1+\ln x}{x}$ pri začetnem pogoju $y(1) = 0$.
- Poiščite tisto rešitev homogenega sistema linearnih diferencialnih enačb $x' = -6x + 2y$ in $y' = 2x - 6y$, ki zadošča začetnima pogojema $x(0) = 1$ in $y(0) = 2$.
- Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}2x + 6z &= 6, \\x + y + 3z &= 5, \\4x + 2y + (9 - \lambda)z &= 16.\end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra λ , za katere velja:

- sistem ima enolično rešitev.
 - sistem ima neskončno mnogo rešitev.
- Naj bo f dvakrat odvedljiva realna funkcija. Razložite, kako lahko s pomočjo odvoda poiščemo lokalne ekstreme funkcije f .
 - Določite definicijsko območje funkcije $f(x) = \ln(2x - 1) - 3x$ in poiščite njene lokalne ekstreme.
 - Natančno zapišite, kaj pomeni, da je funkcija f zvezna v neki točki svojega definicijskega območja.
 - Izračunajte naslednji limiti:
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)(3x-1)}{2x^2+x-1}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} x \log x$