

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

3. IZPIT

14. 3. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

- Razložite, kaj je diferencialna enačba 1. reda z ločljivimi spremenljivkami in kako jo rešujemo.
 - Dana je diferencialna enačba $xy' = y + x^2 \sin x$. Preoblikujte jo v obliko linearne diferencialne enačbe in jo rešite pri začetnem pogoju $y(\pi) = 0$.
- Biologi so v jezero naselili 400 postrvi in ocenili, da je nosilna kapaciteta jezera 10000. Med preučevanjem postrvi so ugotovili, da se je njihovo število v enem letu potrojilo. Ob predpostavki, da populacijo postrvi modeliramo z logistično enačbo, določite, kdaj bo število postrvi doseglo 8000.
- Zapišite, kaj je lastna vrednost in kaj lastni vektor kvadratne matrike A . Razložite, kako s pomočjo lastnih vrednosti in lastnih vektorjev diagonaliziramo matriko.
 - Zapišite 2×2 matriko, ki ima lastni vektor $v_1 = (1, 2)$ pri lastni vrednosti $\lambda_1 = 2$ in lastni vektor $v_2 = (1, 0)$ pri lastni vrednosti $\lambda_2 = -1$.

4. Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poiščite rešitev matrične enačbe

$$A + BXB^{-1} = C.$$

5. Realna funkcija je dana s predpisom

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}.$$

- Določite definicijsko območje funkcije f .
- Določite lokalne ekstreme funkcije f .
- Raziščite obnašanje funkcije f , ko se približujemo robu njenega definicijskega območja.
- Skicirajte graf funkcije f .