

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

4. IZPIT

30. 8. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

- (a) Razložite, kaj je linearna diferencialna enačba 1. reda in kako jo rešujemo.
(b) Poiščite rešitev diferencialne enačbe $x^2y' + xy = 1$ pri pogoju $x > 0$ in $y(1) = 2$.

2. Izračunajte naslednji limiti:

(a)
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - \sqrt{x^2 - 9}}{6x}$$

(b)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - e^{-x} - 2x}$$

3. Ugotovite, ali je $\lambda = 4$ lastna vrednost matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Če je, potem poiščite še pripadajoči lastni vektor.

4. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poiščite rešitev matrične enačbe

$$AX + XB = 20I,$$

kjer I označuje identično 2×2 matriko.

- (a) Razložite, kaj so lokalni in kaj globalni ekstremi realne funkcije f , ki je definirana na nekem zaprtem intervalu.
(b) Dana je funkcija $f(x) = x^{2/3}(5 - x)$. Določite lokalne in globalne ekstreme funkcije f na intervalu $[-1, 4]$ ter skicirajte njen graf.