

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. KOLOKVIJ

24. 1. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

- Zapišite logistično diferencialno enačbo in razložite, kaj ta enačba opisuje. Zapišite tudi splošno rešitev te diferencialne enačbe.
 - V ribnik z nosilno kapaciteto 200 rib naselimo štiri ribe. Po desetih letih je v ribniku 8 rib. Izračunajte, koliko rib bo v ribniku po 50 letih, če predpostavimo, da lahko populacijo rib v ribniku modeliramo z logistično diferencialno enačbo.

- Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}x - y + 3z &= 3, \\x + y + 3z &= 9, \\3x + y + (6 - \lambda)z &= 12.\end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra λ , za katere velja:

- sistem nima rešitev.
 - sistem ima enolično rešitev.
 - sistem ima neskončno mnogo rešitev.
- Razložite, kaj je linearna diferencialna enačba prvega reda in kako poiščemo njeno splošno rešitev.
 - Poiščite rešitev linearne diferencialne enačbe $y' - y = 2xe^{2x}$ pri začetnem pogoju $y(0) = 1$.
 - Poiščite tisto rešitev homogenega sistema linearnih diferencialnih enačb $x' = 5x - y$ in $y' = 3x + y$, ki zadošča začetnima pogojema $x(0) = 2$ in $y(0) = -1$.

MATEMATIKA V NARAVOSLOVJU
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

1. IZPIT

24. 1. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

- Razložite, kaj je linearna diferencialna enačba prvega reda in kako poiščemo njeno splošno rešitev.
 - Poiščite rešitev linearne diferencialne enačbe $y' - y = 2xe^{2x}$ pri začetnem pogoju $y(0) = 1$.
- Poiščite tisto rešitev homogenega sistema linearnih diferencialnih enačb $x' = 5x - y$ in $y' = 3x + y$, ki zadošča začetnima pogoju $x(0) = 2$ in $y(0) = -1$.

- Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}x - y + 3z &= 3, \\x + y + 3z &= 9, \\3x + y + (6 - \lambda)z &= 12.\end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra λ , za katere velja:

- sistem nima rešitev.
 - sistem ima enolično rešitev.
 - sistem ima neskončno mnogo rešitev.
- Poiščite in klasificirajte vse lokalne ekstreme funkcije $f(x) = e^{x/2}(x + x^2)$.
 - Zaporedje je dano s splošnim členom

$$a_n = \frac{n^2(1 + (-1)^n) - 3n + 1}{2n + 1}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

- Zapišite prvih nekaj členov tega zaporedja. Razmislite, kateremu številu se približujejo lihi členi zaporedja a_{2n-1} in kateremu sodi členi zaporedja a_{2n} , ko se število n povečuje.
- Ugotovite, ali je zaporedje navzdol/navzgor omejeno in če je, kaj sta njegova natančna zgornja oz. spodnja meja.
- Poiščite vsa stekališča tega zaporedja. Ugotovite, ali ima to zaporedje limito in ali obstajata maksimum oz. minimum zaporedja.