

TEHNIŠKA MATEMATIKA  
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. KOLOKVIJ

7. 2. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

1. Dana je funkcija  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ . Določite njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti. Narišite tri ustrezne nivojnice funkcije  $f$  in prereza  $x = 0$ ,  $y = 1$  ter skicirajte graf funkcije  $f$ .
2. (a) Razložite, kaj je stacionarna točka funkcije več spremenljivk. Ali stacionarna točka funkcije dveh spremenljivk vselej predstavlja lokalni ekstrem te funkcije? Pojasnite svoj odgovor.  
(b) Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije  $f(x, y) = 2xy - 3y^2 - 3x^2 + x + 5y - 3$ .
3. (a) Zapišite, kaj je karakteristični polinom poljubne kvadratne matrike  $A$ , ter kako je povezan z lastnimi vrednostmi matrike.  
(b) Določite vrednost parametra  $a$ , tako da bo  $\lambda = 3$  lastna vrednost matrike

$$A = \begin{bmatrix} a & -2 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}.$$

Nato poiščite še drugo lastno vrednost te matrike in pripadajoče lastne vektorje.

4. Naj bo  $D$  trikotnik v ravnini, katerega oglišča so točke  $A(-1, 1)$ ,  $B(0, 2)$  in  $C(1, 0)$ .  
(a) Trikotnik skicirajte in določite enačbe premic, ki so nosilke njegovih stranic.  
(b) Izračunajte dvojni integral

$$\iint_D x^2 dx dy .$$

5. Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 3, \\ x + y + 3z &= 9, \\ 3x + y + (6 - \lambda)z &= 12. \end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra  $\lambda$ , za katere velja:

- (a) sistem nima rešitev.
- (b) sistem ima enolično rešitev.

TEHNIŠKA MATEMATIKA  
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. IZPIT

7. 2. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

1. (a) Razložite, kaj je stacionarna točka funkcije več spremenljivk. Ali stacionarna točka funkcije dveh spremenljivk vselej predstavlja lokalni ekstrem te funkcije? Pojasnite svoj odgovor.  
(b) Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije  $f(x, y) = 2xy - 3y^2 - 3x^2 + x + 5y - 3$ .
2. (a) Zapišite, kaj je karakteristični polinom poljubne kvadratne matrike  $A$ , ter kako je povezan z lastnimi vrednostmi matrike.  
(b) Določite vrednost parametra  $a$ , tako da bo  $\lambda = 3$  lastna vrednost matrike

$$A = \begin{bmatrix} a & -2 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}.$$

Nato poiščite še drugo lastno vrednost te matrike in pripadajoče lastne vektorje.

3. Naj bo  $D$  trikotnik v ravnini, katerega oglišča so točke  $A(-1, 1)$ ,  $B(0, 2)$  in  $C(1, 0)$ .  
(a) Trikotnik skicirajte in določite enačbe premic, ki so nosilke njegovih stranic.  
(b) Izračunajte dvojni integral

$$\iint_D x^2 dx dy.$$

4. Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 3, \\ x + y + 3z &= 9, \\ 3x + y + (6 - \lambda)z &= 12. \end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra  $\lambda$ , za katere velja:

- (a) sistem nima rešitev.  
(b) sistem ima enolično rešitev.
5. (a) Natančno zapišite, kaj pomeni, da je funkcija  $f$  zvezna v neki točki svojega defini-  
cijskega območja.  
(b) Izračunajte naslednji limiti:
    - i.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$
    - ii.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \log x$