

TEHNIŠKA MATEMATIKA  
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

2. KOLOKVIJ

21. 1. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

1. Dana je funkcija  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2y^2}$ . Določite njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti. Narišite tri ustrezne nivojnice funkcije  $f$  in prereza  $x = 1$ ,  $y = 1$  ter skicirajte graf funkcije  $f$ .
2. (a) Razložite, kako nam Hessejeva matrika parcialnih odvodov drugega reda pomaga pri določanju lokalnih ekstremov funkcije dveh spremenljivk.  
(b) Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije  $f(x, y) = e^{x/2}(x^2 + 3x + y^2)$ .
3. (a) Zapišite, kaj je lastni vektor in kaj lastna vrednost poljubne  $n \times n$  matrike  $A$ .  
(b) Preverite, da je vektor  $(1, 1)$  lastni vektor matrike

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$$

in ugotovite, kateri lastni vrednosti pripada. Nato poiščite še drugo lastno vrednost in pripadajoči lastni vektor.

4. Naj bo  $D$  omejeno območje v ravnini, ki ga omejujeta krivulji  $y = x^2$  in  $y = 2x - x^2$ .  
(a) Skicirajte območje  $D$ .  
(b) Izračunajte dvojni integral

$$\iint_D x e^{x^2+x} dx dy .$$

5. Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 3, \\ x + y + 3z &= 9, \\ 3x + y + (6 - \lambda)z &= 12. \end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra  $\lambda$ , za katere velja:

- (a) sistem nima rešitev.
- (b) sistem ima enolično rešitev.
- (c) sistem ima neskončno mnogo rešitev.

TEHNIŠKA MATEMATIKA  
Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

1. IZPIT

21. 1. 2022

(Čas pisanja je 80 min. Vse naloge so enakovredne.)

1. (a) Razložite, kako nam Hessejeva matrika parcialnih odvodov drugega reda pomaga pri določanju lokalnih ekstremov funkcije dveh spremenljivk.  
(b) Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije  $f(x, y) = e^{x/2}(x^2 + 3x + y^2)$ .

2. (a) Zapišite, kaj je lastni vektor in kaj lastna vrednost poljubne  $n \times n$  matrike  $A$ .  
(b) Preverite, da je vektor  $(1, 1)$  lastni vektor matrike

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$$

in ugotovite, kateri lastni vrednosti pripada. Nato poiščite še drugo lastno vrednost in pripadajoči lastni vektor.

3. Naj bo  $D$  omejeno območje v ravnini, ki ga omejujeta krivulji  $y = x^2$  in  $y = 2x - x^2$ .  
(a) Skicirajte območje  $D$ .  
(b) Izračunajte dvojni integral

$$\iint_D x e^{x^2+y} dx dy .$$

4. Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 3, \\ x + y + 3z &= 9, \\ 3x + y + (6 - \lambda)z &= 12. \end{aligned}$$

Določite vse vrednosti parametra  $\lambda$ , za katere velja:

- (a) sistem nima rešitev.  
(b) sistem ima enolično rešitev.  
(c) sistem ima neskončno mnogo rešitev.
5. (a) Natančno zapišite, kaj pomeni, da je število  $L$  limita funkcije  $f(x)$ , ko se  $x$  približuje neskončnosti.  
(b) Izračunajte naslednji limiti:
    - i.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(x+2)} - x)$
    - ii.  $\lim_{x \rightarrow 0} x(\log x)^2$