

PERSONALIZIRAN

# MATEMATIČNI UČBENIK

s postopki in video razlagami

Saša Kelhar, prof. matematike



# PROBLEMATIKA

## REDNO IZOBRAŽEVANJE

bolezen  
treningi  
disleksija ipd.  
težavnost  
...

## IZREDNO IZOBRAŽEVANJE

manj prostega časa  
služba  
družina  
slabo predznanje  
manj ur pouka (ali nič)  
veliko informacij  
...

**Vir učenja in dela >> učbeniki in splet**

# Ali je res?

Izobraževalni sistem nudi dovoljšno podporo za samostojno delo.



## ... pomisleki pri delu doma:

- ko bi vsaj vedel/a kako priti do rešitve ...
- potreboval/a bi razlago ...
- nisem razumel/a, kar smo delali v šoli ...
- kako naj se naloge lotim sam/a?
- so inštrukcije edina pomoč?
- je šolstvo potem res brezplačno?

# Rešitev >> projekt INSTRUIRAJ.ME

instruiraj.me



Potrebujemo sistem, ki omogoča samostojno učenje:

- snov je razporejena **po težavnosti**;
- snov **sledi šolskemu programu**;
- teorija;
- **vaje s postopki**, ne le z rešitvami;
- **video razlage** snovi in nalog;
- **individualna pomoč** profesorja, ki te usmerja v delo, če potrebuješ pomoč.

**Vaje lahko samostojno rešiš do konca in se naučiš.**

**1. LETNIK**

gimnazije, srednje in poklicne šole

**NARAVNA IN CELA ŠTEVILA** DEMO

računanje z naravnimi in celimi števili | potence z naravnimi eksponenti | izrazi in razstavljanje | številski sistemi

**DELJIVOST NARAVNIH IN CELIH ŠTEVIL**

relacija deljivosti | kriterij deljivosti | osnovni izrek o deljenju | največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

**OSNOVE LOGIKE IN TEORIJE MNOŽICE**

izjave in izjavne povezave | množice in računanje z njimi

**RACIONALNA ŠTEVILA**

računske operacije z ulomki | algebrski ulomki | potence s celimi eksponenti | ulomki in decimalni zapis

**REALNA ŠTEVILA**

kvadratni in kubični koren | linearne enačbe in obravnava linearnih enačb | sistemi linearnih enačb z dvema ali več neznanjkami | interval in linearne neenačbe ter obravnava neenačb | absolutna vrednost | približki in napake | sklepi račun | procentni račun

**LINEARNA FUNKCIJA**

koordinatni sistem | razdalja med dvema točkama v ravnini in ploščina trikotnika | funkcija in njene lastnosti | graf linearne funkcije | enačba premice v ravnini

**OSNOVE STATISTIKE**

urejanje in grupiranje podatkov | grafično prikazovanje podatkov | srednje vrednosti in škatla z brki | razpršenost podatkov

**2. LETNIK**

gimnazije, srednje in poklicne šole

**GEOMETRIJA V RAVNINI IN KOTNE FUNKCIJE**

togi premiki | osnovni pojmi in trikotniki | krožnica ter središčni in obodni kot | štirikotniki in pravilni n-kotniki | podobnost | kotne funkcije | razširitev pojma kotnih funkcij do polnega kota

**VEKTORJI**

računske operacije med vektorji in razmerja | baza prostora in skalarni produkt | vektorji v pravokotnem koordinatnem sistemu | kosinusni izrek

**POTENCE IN KORENI**

ponovitev potenc s celimi eksponenti | ponovitev kvadratnega in kubičnega korena | koreni poljubnih stopenj | iracionalna enačba | potence z racionalnimi eksponenti

**FUNKCIJA**

funkcija, njene lastnosti in inverzna funkcija | transformacije funkcij | potenčna funkcija | korenska funkcija

**KVADRATNA FUNKCIJA**

lastnosti in graf kvadratne funkcije | ničle kvadratne funkcije in kvadratna enačba | vietovi formuli | kvadratna neenačba

**KOMPLEKSNA ŠTEVILA**

množica kompleksnih števil | konjugirano kompleksno število in absolutna vrednost kompleksnega števila | polarni zapis kompleksnega števila

**EKSPONENTNA IN LOGARITEMSKA FUNKCIJA**

eksponentna funkcija | eksponentna enačba in neenačba | logaritemska funkcija | pravila za računanje z logaritmi | logaritemska enačba in neenačba

**3. LETNIK**

gimnazije, srednje in poklicne šole

**POLINOMI IN RACIONALNE FUNKCIJE**

operacije v množici polinomov | ničle polinoma in razcepna oblika polinoma | graf polinoma | reševanje enačb in neenačb višje stopnje | graf racionalne funkcije | racionalne enačbe in neenačbe

**STOŽNICE**

krožnica | elipsa | hiperbola | parabola | mešane naloge iz stožnic

**TRIGONOMETRIJA**

kotne funkcije poljubno velikega kota | grafi funkcij sinus, kosinus, tangens in kotangens | adicijski izreki in dvojni koti | faktorizacija in defaktorizacija | krožne funkcije | trigonometrične enačbe | naklonski kot premice in kot med dvema premicama

**METRIČNA GEOMETRIJA V RAVNINI**

ploščina in obseg pravokotnika ter paralelograma | ploščina in obseg trikotnika | razreševanje trikotnika | ploščina in obseg trapeza in deltoida | krožnica in krog

**METRIČNA GEOMETRIJA V PROSTORU**

prizma | piramida | valj | stožec | krogla in mešane naloge

**4. LETNIK**

gimnazije, srednje in poklicne šole

**ZAPOREDJA**

zaporedja in njihove lastnosti | aritmetično zaporedje | geometrijsko zaporedje | neskončna geometrijska vrsta in mešane naloge iz zaporedij | popolna indukcija | navadno in obrestno obrestovanje | obročna vplačila in izplačila

**KOMBINATORIKA**

permutacije | variacije | kombinacije | binomski izrek

**VERJETNOSTNI RAČUN**

računanje verjetnosti | pogojna verjetnost in verjetnost produkta | zaporedje neodvisnih poskusov (bernoullijev obrazec)

**ZVEZNOST IN LIMITA FUNKCIJE**

računanje s funkcijami in kompozitum | zveznost funkcije in njena limita | računanje vrednosti limit

**ODVOD**

definicija odvoda in osnovna pravila za odvajanje | uporaba odvoda (tangenta, normala, kot med funkcijami) | stacionarne točke, naraščanje in padanje funkcij | odvod sestavljene in korenske funkcije | odvod implicitnih funkcij | odvod trigonometričnih funkcij | odvod logaritemske in eksponentne funkcije | drugi odvod in njegov geometrijski pomen | ekstremalni problemi in diferencialne funkcije

**NEDOLOČENI IN DOLOČENI INTEGRAL**

nedoločeni integral | določeni integral | uporaba določenega integrala za izračun ploščine | uporaba določenega integrala za izračun prostornine vrtenine

**MATURA**

gimnazije, srednje in poklicne šole

**POKLICNA MATURA**

poklicna matura (zbirka nalog) | poklicna matura jesenski izpitni rok 26. avgust 2019 | poklicna matura zimski izpitni rok 4. februar 2020 | poklicna matura spomladanski izpitni rok 6. junij 2020 | poklicna matura jesenski izpitni rok 25. avgust 2020 | poklicna matura zimski izpitni rok 2. februar 2021

**SPLOŠNA MATURA (OSNOVNA RAVEN)**

splošna matura or (zbirka nalog) | splošna matura (osnovna raven), spomladanski izpitni rok 9. junij 2018 | splošna matura (osnovna raven), jesenski izpitni rok 27. avgust 2018 | splošna matura (osnovna raven), spomladanski izpitni rok 6. junij 2020 | splošna matura (osnovna raven), spomladanski izpitni rok 5. junij 2021 | splošna matura (osnovna raven), spomladanski izpitni rok 4. junij 2022 | splošna matura (osnovna raven), jesenski izpitni rok 25. avgust 2022

**SPLOŠNA MATURA (VIŠJA RAVEN)**

splošna matura vr (zbirka nalog) | splošna matura (višja raven), spomladanski izpitni rok 9. junij 2018 | splošna matura (višja raven), jesenski izpitni rok 27. avgust 2018 | splošna matura (višja raven), spomladanski izpitni rok 8. junij 2019 | splošna matura (višja raven), jesenski izpitni rok 26. avgust 2019 | splošna matura (višja raven), spomladanski izpitni rok 6. junij 2020 | splošna matura (višja raven), jesenski izpitni rok 25. avgust 2020

# ... do danes preko 16.500 rešenih nalog.

## Racionalna funkcija

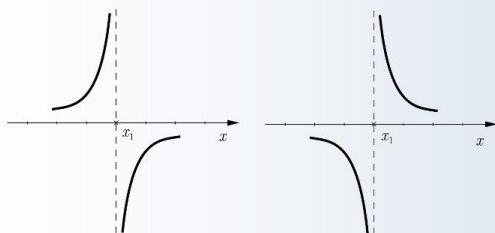
$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

Polinoma  $p(x)$  in  $q(x)$  nimata skupnih ničel (okrajšani ulomek) in  $q(x) \neq 0$ .

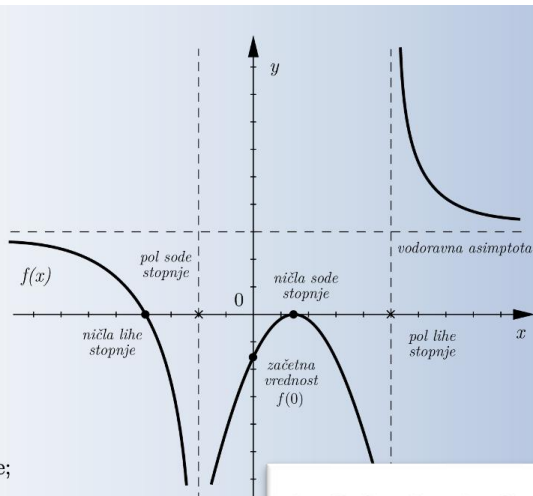
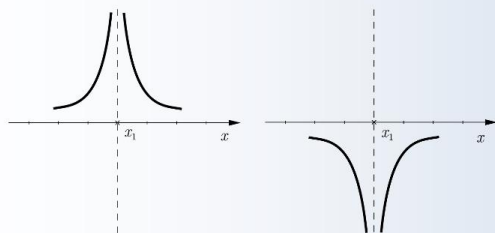
## Graf racionalne funkcije

Če želimo narisati graf racionalne funkcije  $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ , moramo:

1. izračunati ničle  $p(x) = 0$ ;
2. izračunati pole (v polih funkcija ni definirana)  $q(x) = 0$ , skozi njih potekajo navpične asimptote;
3. preučiti obnašanje grafa v okolici polov;
  - če je pol lihe stopnje, funkcija v polu spremeni predznak



- če je pol sode stopnje, funkcija v polu ohrani predznak



1. Podana je racionalna funkcija  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  [\[video\]](#)
  - a) Zapiši ničlo, pol, vodoravno asimptoto, začetno vrednost in predznak funkcije.
  - b) Nariši graf dane funkcije.
  - c) Izračunaj  $f(-1) + f(3)$ .
2. Podana je racionalna funkcija  $f(x) = \frac{x+3}{x-4}$ .
  - a) Zapiši ničlo, pol, vodoravno asimptoto, začetno vrednost in predznak funkcije.
  - b) Nariši graf dane funkcije.
  - c) Izračunaj  $f(-1) - 2f(1)$ .
3. \*Izračunaj ničle, pole, začetno vrednost in vodoravno asimptoto ter nariši graf funkcije:
 

|   |  |
|---|--|
| a) $f(x) = \frac{x-2}{x+4}$                       | d) $f(x) = \frac{x}{x+1}$                            |
| b) $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$                       | e) $f(x) = \frac{8-2x}{1-x}$ <a href="#">[video]</a> |
| c) $f(x) = \frac{x}{1-x}$ <a href="#">[video]</a> | f) $f(x) = \frac{3x+7}{2-x}$                         |
4. \*Izračunaj ničle, pole, začetno vrednost in vodoravno asimptoto ter nariši dane racionalne funkcije:
 

|   |   |
|---|---|
| a) $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$ <a href="#">[video]</a>     | d) $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2-6x+9}$ <a href="#">[video]</a> |
| b) $f(x) = \frac{x^2-2x}{-x^2+x+6}$ <a href="#">[video]</a> | e) $f(x) = \frac{x^2-3x-4}{x^2-9}$                            |
| c) $f(x) = \frac{-x^2+4x+5}{x^2+x-6}$                       | f) $f(x) = \frac{12-3x^2}{x^2+x-12}$                          |

# ... naloge imajo rešitve s postopki in razlago ter video razlago.

8. \*\*Izračunaj ničle, pole, enačbo asimptote, začetno vrednost in nariši dane racionalne funkcije:

a)  $f(x) = \frac{x^2-3x-10}{x-4}$  [video]  $R: N: x_1 = 5, x_2 = -2, P: x = 4, v. a. : y = x + 1; Z_V(0, \frac{5}{2}), +$

$$f(x) = \frac{x^2-3x-10}{x-4}$$

1. ničle:  $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 5, x_2 = -2 \text{ (lihe stopnje)}$$

2. poli:  $x - 4 = 0$

$$x = 4 \text{ (lihe stopnje) navpična asimptota}$$

3. vodoravna asimptota:  $y = x + 1$

(ker je stopnja polinoma v števcu večja kot v imenovalcu ( $f(x) = \frac{x^2-3x-10}{x-4}$ ), je asimptota funkcije  $f(x)$  količnik pri deljenju polinoma v števcu z imenovalcem)

$$(x^2 - 3x - 10) : (x - 4) = x + 1$$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 4x \\ \hline \end{array}$$

$$x - 10$$

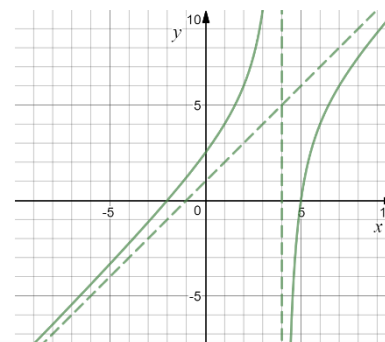
$$\begin{array}{r} +x + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$-6$$

$$k(x) = x + 1, o(x) = -6$$

4. začetna vrednost:  $f(0) = \frac{0^2-3\cdot 0-10}{0-4} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}$

5. predznak funkcije:  $\frac{+}{+} = +$  ( $f(x) = \frac{+x^2-3x-10}{+x-4}$ )



Izračunaj ničle, pole, enačbo asimptote, začetno vrednost in nariši dane racionalne funkcije:

$$f(x) = \frac{x^2-3x-10}{x-4} \quad \pm: \frac{+}{+} = +$$

NIČLE:  $x^2-3x-10=0$   
 $(x-5)(x+2)=0$   
 $x_1=5, x_2=-2$  (LIHE ST)

POLI:  $x-4=0$   
 $x=4$  (LIHE ST)

A:  $f(x) = \frac{x^2-3x-10}{x-4}$   
 $(x^2-3x-10) : (x-4) = x+1$   
 $\begin{array}{r} x^2-3x-10 \\ -x^2+4x \\ \hline +x-10 \\ -x+4 \\ \hline -6 \end{array}$   $y=x+1$   
 $-6 = o(x)$

Z.V.:  $f(0) = \frac{0^2-3\cdot 0-10}{0-4} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}$

# ... do danes preko 5.000 video razlag (preko 250 ur).



**Izračunaj #1**  
Ponovitev računanja vrednosti potenc.

**Dopolni tabelo #2**  
Ponovitev kaj je osnova, eksponent oz. stopnja in vrednost potence.

**Vstavi znak <, >, = #4**  
Oceni vrednost danih potenc.

**Izračunaj vrednost številskega izraza #5a**  
Najprej izračunamo vrednosti potenc. Nato pa se spomnimo pravila, da imata množenje in deljenje

**Izračunaj vrednost številskega izraza #5b**  
Najprej izračunamo vrednosti potenc. Nato pa se spomnimo pravila, da imata množenje in deljenje

**Izračunaj vrednost številskega izraza #5e**  
Najprej izračunamo vrednosti potenc. Nato pa se spomnimo pravila, da imata množenje in deljenje

**Izračunaj vrednost številskega izraza #5f**  
Najprej izračunamo vrednosti potenc. Nato pa se spomnimo pravila, da imata množenje in deljenje

**Izračunaj vrednost številskega izraza #6f**  
Najprej izračunamo vrednosti potenc. Nato pa se spomnimo pravila, da imata množenje in deljenje

# Iz večletne uporabe učbenika pri rednem in izrednem izobraževanju se je pokazalo:

- večja stopnja **samostojnosti**;
- pot do **razumevanja je hitrejša**;
- **večja samozavest** pri delu;
- **dodatna razlaga**, ki je zaradi omejenosti časa pri pouku učenci niso deležni;
- **ni potrebno čakati na razlago** in izgubiti rdečo nit učenja (vse, kar potrebuješ je pri roki);
- **dodatna podpora** pri učenju.



# Kje smo danes?



AKTIVNI UPORABNIKI

7.000<sup>+</sup>



PRIMERI S POSTOPKI

16.500<sup>+</sup>



VIDEO RAZLAGE

5.000<sup>+</sup>



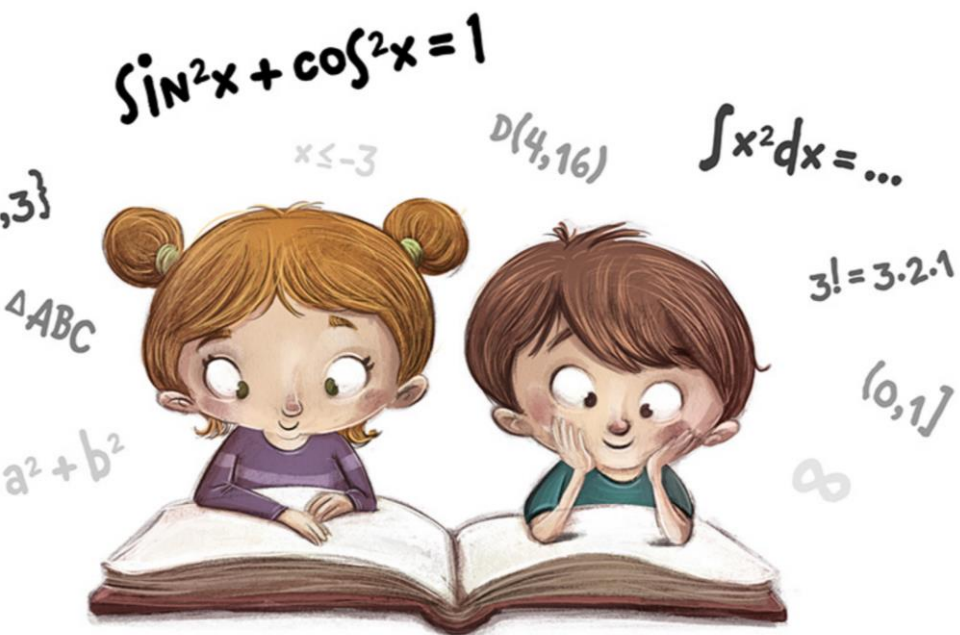
UR VIDEO RAZLAG

250<sup>+</sup>



PODARJENIH LICENC

150<sup>+</sup>



- učbenik zajema **celotno srednješolsko matematično snov** s pripravo na **maturu**;
- nadgrajujemo **osnovnošolsko matematiko** od 5. do 9. razreda z rešenimi **NPZ polami**;
- učbenik se **dopolnjuje in prilagaja** potrebam učencem ter učiteljem.

**Hvala** za pozornost!



[www.instruiraj.me](http://www.instruiraj.me)

info@instruiraj.me | 040 468 606