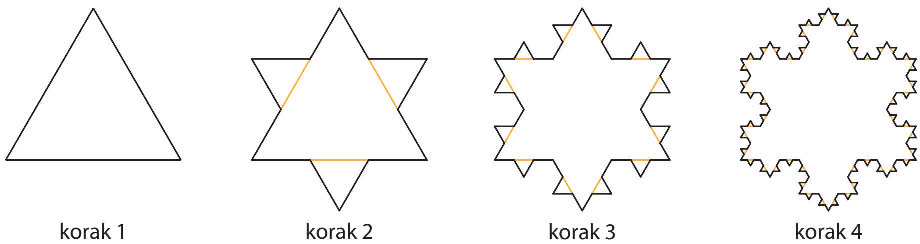
Predstavitve v tednu 18.11.2024 – 22.11.2024 (FiMaTe)

Naloga 1. Kochova snežinka je fraktalen lik, ki je skonstruiran na sledeč način kot prikazuje slika:

- (korak 1) Začnemo z enakostraničnim trikotnikom dolžine 1.
- (korak 2) Vsako stranico trikotnika razdelimo na tri enake dele. Na srednji del vsake stranice postavimo nov enakostranični trikotnik in odstranimo osnovno srednjo tretjino.
- (vsak naslednji korak) Postopek iz točke 2 ponavljamo za vsako novo nastalo stranico.

Naj A_n označuje število stranic v n-tem koraku. Naj D_n označuje dolžino posamezne stranice v n-tem koraku in naj O_n označuje obseg Kochove snežinke v n-tem koraku. Izračunajte splošne formule za zaporadja A_n, D_n in O_n. Ali je katero od teh zaporedij geometrijsko? Kolikšen je obseg Kochove snežinke, torej obseg lika, če postopek nadaljujemo v neskončnost?

Naj P_n označuje površino Kochove snežinke v n-tem koraku. Poiščite rekurzivno zvezo, ki povezuje P_n in P_{n-1} in izračunaj P_3.



Naloga 2. Dano je zaporedje

$$a_n = n - 2^{-n}.$$

1. Razišči omejenost zaporedja. Če je zaporedje omejeno, mu določi natančno zgornjo oziroma natančno spodnjo mejo.
2. Ali je zaporedje naraščajoče oziroma padajoče? Odgovor utemelji.

Naloga 3. Izračunaj limiti zaporedja

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(n^2)}{\ln(3n)} \qquad \text{in} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{2+n+\sqrt[3]{n^3-1}}{6n+\sqrt[3]{n^3+n^2}}.$$

Naloga 4. Dano je zaporedje s splošnim členom

$$a_m = \frac{100^n}{n!}.$$

Dokaži, da zaporedje sprva narašča, potem pa je od nekega člena naprej strogo padajoča. Utemelji, da je zaporedje omejeno in določi supremum zaporedja.