

Predstavitve v tednu 2.12.2024 – 6.12.2024 (FiMaReTe)

Naloga 1. Dano je zaporedje

$$x_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}}} \quad (n \text{ korenov}).$$

- Z indukcijo dokaži, da je zaporedje x_n navzgor omejeno z 2.
- Dokaži (z indukcijo), da je zaporedje in naraščajoče.
- Ali je to zaporedje konvergentno? V primeru, da je odgovor pritrديل, izračunaj limito zaporedja.

Naloga 2. Temperaturo kave modeliramo z zaporedjem:

$$T_{n+1} = T_n - k \cdot (T_n - T_{\text{soba}}),$$

kjer je $k = 0.1$, $T_{\text{soba}} = 20^\circ \text{C}$ in $T_0 = 90^\circ \text{C}$.

- Izračunaj prvih 5 členov zaporedja.
- Dokaži, da je zaporedje konvergentno.
- Izračunaj limitno temperaturo. (Ali je kava pitna?)

Naloga 3. Dana je številka vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^2 + 1}.$$

Ali vrsta konvergira? Če konvergira, izračunaj limito.

Pomoč: polinoma deli, to je, $\frac{p(n)}{q(n)}$ zapiši kot $k(n) + \frac{o(n)}{q(n)}$, kjer so $p(n)$, $q(n)$, $k(n)$ in $o(n)$ polinomi za katere velja, da je stopnja polinoma $o(n)$ manjša od stopnje $q(n)$.

Naloga 4. Žoga pade z višine 10 m. Po vsakem odboju doseže 70% višine prejšnjega odboja.

- Zapiši formulo, ki poda višino po n -tih odbojih.
- Izračunaj višino žoge po prvih 3 odbojih.
- Izračunaj skupno prepotovano razdaljo žoge po 3 odbojih.
- Dokaži, ali je skupna prepotovana razdalja končna ali neskončna, ko žogo pustimo, da se odbija v neskončnost.