

Permutacije brez ponavljanja: $P_n = n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Permutacije s ponavljanjem: $P_n^{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdot \dots \cdot n_r!}, n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$

1. V leksikografski ureditvi zapišite vse permutacije črk a, b, c in narišite kombinatorično drevo. Koliko je vseh permutacij?
2. Na koliko različnih načinov lahko razporedimo v vrsto šest različnih vozil?
3. Delovodja mora razdeliti 5 različnih delovnih nalog petim delavcem tako, da dobi vsak od njih natanko eno nalogo. Na koliko različnih načinov lahko to stori?
4. Geslo bančne kartice je sestavljeno iz štirih števk. Nekdo je pozabil svoje geslo, ve pa, da vsebuje števke 3, 5, 6 in 9. Koliko različnih gesel lahko zapiše z njimi?
5. Izračunajte:

a) $\frac{105!}{103!}$	b) $\frac{102! + 101! + 100!}{100!}$	c) $\frac{33! - 32!}{34! + 33! + 32!}$
-------------------------------	---	---
6. Na koliko različnih načinov lahko zložimo na polico 4 različne matematične in 3 leposlovne knjige ter 5 različnih leksikonov,
 - a)** če so knjige lahko poljubno pomešane med seboj,
 - b)** če naj knjige iste vrste stojijo skupaj,
 - c)** če naj le matematične knjige stojijo skupaj?
7. Na polico želimo zložiti v vrsto m različnih CD-jev z rock glasbo, n CD-jev s klasično in p CD-jev s pop glasbo. Koliko različnih možnosti imamo,
 - a)** če so CD-ji lahko poljubno zloženi,
 - b)** če naj CD-ji z rock glasbo stojijo skupaj,
 - c)** če naj CD-ji s klasično glasbo stojijo skupaj in CD-ji s pop glasbo skupaj?
8. Osem zakonskih parov sedi v dvorani na koncertu v isti vrsti, v kateri je šestnajst stolov. Koliko različnih sedežnih redov je mogočih, če:
 - a)** lahko osebe poljubno sedijo,
 - b)** naj vsak par zakoncev sedi skupaj,
 - c)** naj ženske sedijo skupaj,
 - d)** naj ženske sedijo skupaj in moški skupaj?
9. Koliko različnih permutacij črk besede KOMBINATORIKA lahko zapišemo?
10. Koliko različnih besed dolžine 10 lahko sestavimo iz črk besede STATISTIKA, če naj se beseda vedno začne s črko T?
11. Koliko različnih vzorcev lahko sestavimo, če zlagamo v vrsto 4 modre, 3 bele, 2 črni in 3 zelene kroglice in kroglice iste barve med seboj ne razlikujemo?

DELOVNI LIST

REŠITVE:

1. O permutacijah brez ponavljanja govorimo, kadar razporejamo n različnih elementov v vrsto, kjer uporabimo vseh n elementov. Vrstni red elementov je pomemben. Za tri črke so vse možne permutacije: $abc, acb, bac, bca, cab, cba$.

Število vseh permutacij brez ponavljanja n različnih elementov je

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1. \text{ Za tri elemente je potem } P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6.$$

2. Ker bomo razporedili vseh 6 različnih vozil v vrsto, gre za permutacije brez ponavljanja. To lahko storimo na $P_6 = 6! = 720$ različnih načinov.

3. $P_5 = 5! = 120$

4. $P_4 = 4! = 24$

5. a) 10.920 b) 10.404 c) $\frac{8}{289}$

6. a) Število permutacij za 12 različnih knjig je $P_{12} = 12!$.

b) Med seboj lahko zamenjujemo knjige znotraj posameznih skupin, hkrati pa še skupine med seboj. Tako je število vseh različnih možnosti $4! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 3!$.

c) V skupini matematičnih knjig lahko knjige zamenjujemo med seboj na 4! načinov, hkrati pa lahko zamenjujemo med seboj še ostale knjige ter skupino matematičnih knjig. Potem je število vseh različnih razporeditev knjig na polici $4! \cdot 9!$.

7. a) $(m+n+p)!$ b) $m!(n+p+1)!$ c) $n! \cdot p!(m+2)!$

8. a) $16!$

b) Osem parov zamenjujemo med seboj na 8! načinov, hkrati pa še pri vsakem paru na 2! načinov zamenjamo med seboj žensko in moškega. Število vseh različnih sedežnih redov je $8! \cdot 2!^8$.

c) Na 8! načinov zamenjamo med seboj ženske, hkrati pa še 8 moških in skupino žensk na 9! načinov: $8! \cdot 9!$.

d) Na 8! načinov zamenjujemo med seboj samo ženske, prav toliko možnosti je za moške. Med seboj zamenjamo še skupino moških in žensk na 2! načinov. Različnih sedežnih redov je $8! \cdot 8! \cdot 2!$.

9. Ker niso vse črke različne med seboj, gre za permutacije s ponavljanjem. Vsaka od črk A, K, O in I se ponovi dvakrat, ostale nastopijo enkrat.

Število vseh različnih permutacij s ponavljanjem izračunamo po formuli

$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_r!}, \text{ kjer je } n_1 + n_2 + \cdots + n_r = n. \text{ Za dani primer je potem}$$

$$P_{13}^{2,2,2,2} = \frac{13!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 389.188.800.$$

10. $P_9^{2,2,2,2} = 22.680$

11. $P_{12}^{4,3,2,3} = 277.200$