Kombinacije brez ponavljanja reda r: $C = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$

Vezane kombinacije: $C_{n_1,n_2,\ldots,n_k}^{r_1,r_2,\ldots,r_k} = \binom{n_1}{r_1} \cdot \binom{n_2}{r_2} \cdot \ldots \cdot \binom{n_k}{r_k}$

1. Zapišite vse kombinacije reda 3 črk *a, b, c, d*. Koliko jih je?

2. Na koliko različnih načinov lahko izmed osmih različnih izdelkov izberemo tri izdelke?

3. Na koliko različnih načinov lahko študent na izpitu izbere 5 vprašanj izmed 50 različnih vprašanj?

4. Koliko kombinacij je pri navadni igri Loto, pri kateri med 39 števili prekrižamo natanko 7 števil?

5. Izračunajte: **a)** C_{12}^{4} **b)** C_{32}^{30} **c)** C_{n}^{n-2} **d)** C_{n+1}^{n}

6. Rešite enačbe: **a)** $C_n^2 = 28$ **b)** $C_{n+1}^{n-2} = 20$ **c)** $2C_n^2 + C_{n+1}^3 = 22$

7. Dokažite, da velja $\binom{n}{4} + 2\binom{n}{3} + \binom{n}{2} = \binom{n+2}{4}$.

8. Dokažite, da velja $\binom{2n}{n+1} = \frac{n}{n+1}\binom{2n}{n}$.

9. Na koliko različnih načinov lahko izmed šestih knjig izberemo štiri knjige, če:

a) lahko knjige poljubno izbiramo,

b) se dvema knjigama ne želimo odpovedati?

10. Na koliko različnih načinov lahko otrok izbere v slaščičarni med 10 vrstami sladoleda štiri, če zagotovo izbere med njimi čokoladni in vanilijev sladoled?

11. Pri telefonskem anketiranju mora računalnik izmed 100 telefonskih številk na slučajen način izbrati 20 številk. Koliko različnih slučajnih telefonskih vzorcev je mogočih, če se telefonske številke v vzorcu ne smejo ponavljati.

12. V podjetju je zaposlenih 12 žensk in 8 moških. Na koliko različnih načinov lahko izberejo petčlansko skupino za udeležbo na seminarju, če naj bodo v skupini dve ženski in trije moški?

13. V posodi je 5 belih in 7 rdečih kroglic. Na koliko različnih načinov lahko izberemo iz posode 4 kroglice tako, da bodo med njimi dve ali tri rdeče?

14. Na koliko različnih načinov lahko iz kupa 32 običajnih igralnih kart na slepo izvlečemo tri karte tako, da bo med njimi vsaj en kralj?

15. Na inštitutu želijo oblikovati delovno skupino petih strokovnjakov, v kateri naj bosta kvečjemu dva biologa. Koliko različnih skupin lahko oblikujejo, če lahko izbirajo med petimi biologi in šestimi kemiki?

16. V posodi je 7 črnih, 3 bele in 5 rdečih kroglic. Na koliko različnih načinov lahko izberemo med njimi 2 črni, 2 beli in 4 rdeče kroglice?

REŠITVE:

1. O kombinacijah brez ponavljanja reda *r* govorimo, kadar izbiramo r elementov iz množice z *n* različnimi elementi (r ≤ *n*), kjer vrstni red izbora elementov ni pomemben. Predstavljamo si lahko tudi, da r elementov hkrati izberemo iz množice z *n* elementi. Za tri črke iz naloge imamo naslednje možnosti: *abc, abd, acd, bcd*.

Število kombinacij brez ponavljanja izračunamo po formuli $C_4^3 = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!} = 4$

2. $C_8^3 = \binom{8}{3} = 56$
3. $C_{50}^5 = \binom{50}{5}$
4. $C_{39}^7 = 15\,380\,937$
5. a) 495 b) 496 c) $\frac{n(n-1)}{2}$ d) $n+1$
6. a) $n_1 = 8$, ($n_2 = -7$ ni rešitev) b) $n = 5$ c) $n = 4$
7.

$$\binom{n}{4} + 2\binom{n}{3} + \binom{n}{2} = \frac{n!}{4!(n-4)!} + 2\cdot\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} =$$
$$= \frac{n!}{2!(n-4)!}\left(\frac{1}{4\cdot 3} + 2\cdot\frac{1}{3(n-3)} + \frac{1}{(n-2)(n-3)}\right) = \frac{n!}{2!(n-4)!}\cdot\frac{(n+1)(n+2)}{4\cdot 3\cdot(n-3)(n-2)} = \frac{(n+2)!}{4!(n-2)!} =$$
$$= \binom{n+2}{4}$$

8.

$$\frac{n}{n+1}\cdot\binom{2n}{n} = \frac{n}{n+1}\cdot\frac{(2n)!}{n!\cdot n!} = \frac{(2n)!}{(n+1)!\cdot(n-1)!} = \binom{2n}{n+1}$$

9. a) $C_6^4 = 15$ b) $C_4^2 = 6$
10. $C_8^2 = 28$
11. $C_{100}^{20} = \binom{100}{20}$
12. Med 12 ženskami lahko izberejo dve ženski na C_{12}^2 različnih načinov, hkrati pa med 8 moškimi tri moške na C_8^3 različnih načinov. Petčlansko komisijo lahko izberejo torej na $C_{12}^2 \cdot C_8^3 = 3696$ različnih načinov.
13. Bele kroglice lahko izbiramo le iz množice belih in rdeče iz množice rdečih kroglic. Med štirimi kroglicami želimo dve ali tri rdeče kroglice, zato je število vseh možnosti $C_5^2 \cdot C_7^2 + C_5^1 \cdot C_7^3 = 385$
14. Vsaj en kralj med tremi kartami pomeni en, dva ali trije kralji med njimi. Nalogo rešimo hitreje, če od števila vseh možnih kombinacij reda 4 izmed 32 elementov odštejemo število kombinacij, ko med tremi kartami ni nobenega kralja: $C_{32}^3 - C_4^0 \cdot C_{28}^3 = 1684$
15. $C_{50} \cdot C_{65} + C_{51} \cdot C_{64} + C_{52} \cdot C_{63} = 281$
16. $C_7^2 \cdot C_3^2 \cdot C_5^4 = 315$